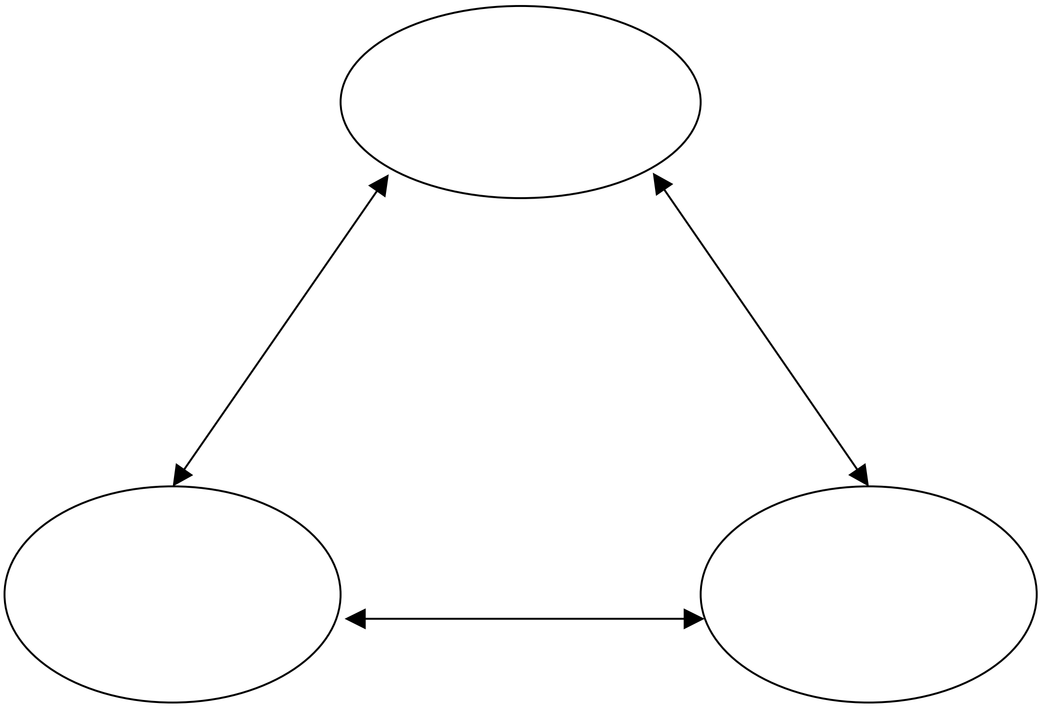
Inspection pédagogique régionale



PROGRAMMES DE TERMINALE SCIENTIFIQUE

Septembre 2003

LIAISONS MATHS – PHYSIQUE – CHIMIE – SVT

Le commentaire des programmes de mathématiques, classe terminale, dans le document d'accompagnement, témoigne d'« *un* ***souci de vision croisée des diverses disciplines*** *où, par exemple, le professeur de mathématiques peut s'inspirer d'une situation cinématique pour présenter la dérivée et le professeur de physique introduire un concept mathématique pour modéliser un problème ; une telle vision est conforme tant à la réalité de l'élève, individu unique face aux multiples exigences de chaque discipline, qu'à celle des mathématiques ou de la physique* ».

Dans le cadre de la mise en place des nouveaux programmes en terminale, nous avons donc cherché à montrer la cohérence entre les disciplines scientifiques, à « *recomposer des connaissances relatives à des champs disciplinaires différents pour accroître les possibilités de compréhension* ».

Pour éviter les « redites », mais surtout pour mettre en évidence la nécessité d'acquisition de certaines connaissances dans une discipline pour en comprendre d'autres, nous proposons des progressions possibles communes aux trois disciplines scientifiques.

Pour pointer les différences de sens, nous avons analysé quelques mots de vocabulaire utilisés fréquemment en classe.

Nous proposons enfin quelques exercices empruntés aux trois disciplines où les professeurs pourront trouver des éléments de réflexion.

L'exemple de la radioactivité est développé en annexe du document d'accompagnement des programmes de mathématiques dans un document commun aux trois disciplines (mathématiques, sciences physiques, sciences de la vie et de la terre).

SOMMAIRE

I. Autour de la fonction exponentielle

Les tableaux suivants présentent des « moments » dans l'année où des progressions communes peuvent être envisagées.
Par exemple, il nous semble opportun que le professeur de physique introduise la radioactivité, que le professeur de mathématiques utilise ce contexte pour introduire la fonction exponentielle, puis la fonction logarithme et enfin que le professeur de SVT utilise ces acquis pour présenter des méthodes de datation.

1. a) Progressions

Semaine	MATHÉMATIQUES	PHYSIQUE	SVT
	Limites de suites et de fonctions	Introduction à l'évolution temporelle des systèmes	Introduction à temps et mesure du temps
Premier "moment"			
1		Introduction de la radioactivité	
2	Résolution de f'=kf Fonction exponentielle		
4	Primitives Fonction logarithme népérien	Cours sur la radioactivité	
5			
6			
7			Applications pratiques et critiques de ces méthodes aux datations absolues
Deuxième"moment"			
1	Résolution de y'=ay+b		
2		Évolution des systèmes électriques	
Troisième"moment"			
1	Lois de probabilité mourir sans vieillir		

b) La fonction exponentielle en mathématiques.

PHYSIQUE

1. La désintégration radioactive $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \approx -kN(t)$

2. L'équation différentielle $y' = -ky$

3. Recherche d'une solution dans le cas particulier

$y' = y$ *et* $y(0)=1$

Méthode d'Euler

4. Définition de la fonction exp

5. Les propriétés de la fonction exp.
Son étude et représentation graphique.

6. **Résolution de** $y' = -ky$

8. Résolution de $y' = ay+b$

PHYSIQUE

7. Retour à la désintégration radioactive

Pré requis nécessaires en Mathématiques :

a) Notion de dérivée et dérivée de $g: x \mapsto f(ax+b)$. *Vu en classe de première.*
b) Limite d'une fonction. *Programme de terminale.*

Remarques :

1. **L'introduction à la radioactivité sera faite par <u>le professeur de Sciences Physiques</u>.**

On considère une population macroscopique de noyaux radioactifs.
Les **observations expérimentales** conduisent les physiciens à formuler une loi de désintégration des noyaux :
"Si $N(t)$ est le nombre de noyaux présents à l'instant t, pendant la durée Δt, la variation $\Delta N(t)$ du nombre de noyaux est approximativement proportionnelle à Δt et à $N(t)$".
Les physiciens écrivent :

$$\Delta N(t) \approx -kN(t)\Delta t \qquad (k > 0),$$

le réel k ne dépendant pas du temps : c'est une mort sans usure, sans vieillissement.

La vitesse moyenne de variation du nombre d'atomes $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$ vérifie donc :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} \approx -kN(t)$$

En mathématiques on définit la dérivée de la fonction N à l'instant t par :

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = N'(t) \text{ ou } N'(t) = \frac{dN(t)}{dt}$$

C'est "la vitesse instantanée" de la variation du nombre d'atomes.
On cherche une fonction N qui vérifie l'équation :

$$N'(t) = -kN(t)$$

Elle donnera une approximation satisfaisante du nombre d'atomes.

2. **L'équation différentielle $y' = -ky$, étudiée par <u>le professeur de mathématiques</u>**

A ce stade on ne connaît pas de solution à une telle équation différentielle. On va dans un premier temps en étudier un cas particulier.

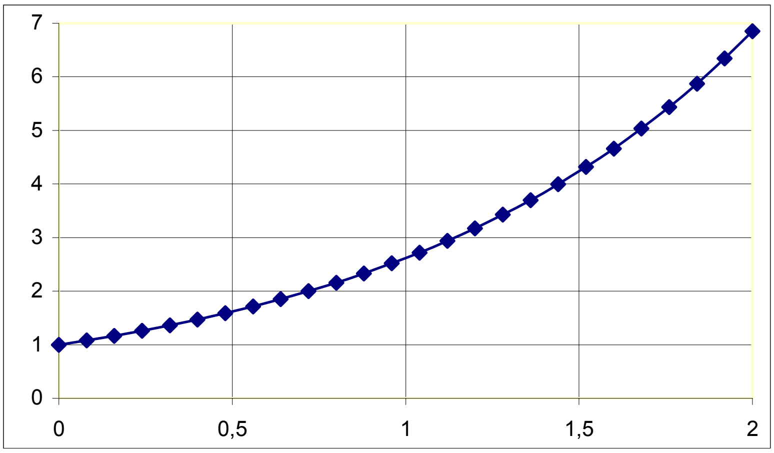
3. **Recherche d'une solution dans le cas particulier $y' = y$ et $y(0)=1$.**
   - Que cette équation admette des solutions n'est pas évident.
     Il est bon de vérifier qu'aucune fonction **polynôme** ne convient.
   - Méthode d'Euler :

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifiant :
$f(0) = 1$ et pour tout réel x, $f'(x) = f(x)$.
Pour tous réels a et h voisin de zéro, $f(a+h) \approx f(a) + h \times f'(a)$,
c'est–à–dire $f(a+h) \approx (1+h)\, f(a)$.

Ainsi, pour $a = 0$, on obtient $f(h) \approx 1 + h$ puis $f(2h) \approx (1 + h)^2$ et ainsi de suite

$$f(nh) \approx (1 + h)^n \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}$$

Quelle est l'allure de la courbe définie par les points de coordonnées (nh ; y_n) avec $y_n = (1+h)^n$?



4. Définition de la fonction exponentielle.

<u>Théorème - définition</u> :

Il existe une unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que f' = f et f(0) = 1.
Cette fonction est appelée fonction exponentielle et notée “exp”.

L’existence est admise (elle pourra être démontrée plus tard après l’intégration à partir des primitives de la fonction inverse), l’unicité est démontrée.

5. Les propriétés de la fonction « exp ».

On démontre d’abord la relation fonctionnelle caractéristique :

$$\exp(a + b) = \exp(a) + \exp(b).$$

Toutes les autres propriétés classiques ainsi que l’étude de la fonction exp s’en déduisent.

On introduit la notation “e^x ”

6. Résolution de $y' = -ky$.

Cette équation différentielle peut maintenant être résolue.
Ses solutions sont les fonctions $f : x \longmapsto \alpha e^{-kx}$

7. Retour à la désintégration radioactive.

La boucle peut ainsi être bouclée : les solutions de $N'(t) = -kN(t)$ sont connues. Elles fournissent un modèle satisfaisant pour le problème posé par le physicien.

<u>Le professeur de Sciences Physiques</u> peut reprendre son cours sur la radioactivité, puis <u>le professeur de SVT</u> peut aborder des applications pratiques et critiques des méthodes de datation.

(Que les professeurs s’entendent pour ne pas faire le même exercice !).

8. Autres prolongements de la fonction exponentielle dans le programme de Mathématiques :

- Résolution de $y' = ay+b$. La résolution de cette équation différentielle donne l’occasion d’aborder de nouveaux problèmes tirés des sciences.
- La notation $re^{i\theta}$ des nombres complexes.
- Lois de probabilité exponentielles « mourir sans vieillir ».

c) Utilisation de la fonction logarithme népérien en SVT : datations absolues

- **Datation grâce au C14 :**

Couple C14/N14

On connaît la quantité initiale de C14 et on mesure la quantité actuelle de C14 dans l'échantillon.

On applique la formule : $t = \left(\frac{1}{\lambda}\right)\,[\ln(C14(0)) - \ln(C14(t))]$

- **Datation grâce au couple potassium/argon :**

Couple K40/Ar40

On connaît la quantité initiale d'argon (= 0) et les quantités actuelles de K et d'Ar sont mesurées dans l'échantillon.

On applique la formule : $t = \left(\frac{1}{\lambda}\right)\,[\ln(\frac{Ar(t)}{K(t)} + 1)]$

- **Datation grâce au couple rubidium/strontium :**

Couple Rb87/ Sr87

On ne connaît pas les quantités initiales de Rb87 et de Sr87, elles varient d'un échantillon à l'autre. On mesure la quantité de Sr 86 qui est constante. A partir de plusieurs échantillons d'une même roche, on mesure les rapports : Rb87/Sr86 et Sr87/Sr86.

On trace la droite dont une équation est : $\frac{Sr87}{Sr86} = a.\frac{Rb87}{Sr86} + \frac{Sr87(0)}{Sr86}$.

(Si les points ne sont pas alignés, cela signifie que l'on ne peut pas appliquer la méthode.)

On applique la formule : $t = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln(a + 1)$.

(a est le coefficient directeur de la droite)

2. Autour des primitives

Etape	MATHS	PHYSIQUE	SVT
1	Primitives		
2		Evolution temporelle des systèmes mécaniques	

II. Savoir faire, savoir dire

Réflexions sur les mots et les pratiques en série scientifique

Les définitions sont tirées du petit Larousse illustré 2001 (le premier du siècle…) et apparaissent dans le texte en italique.

1. Hypothèse et conjecture

En sciences expérimentales, partant de données expérimentales ou d'observations, le professeur de physique ou de SVT émet des hypothèses qu'il s'agit de vérifier par une expérience appropriée ou de nouvelles investigations.

> *Hypothèse : Proposition résultant d'une observation et que l'on soumet au contrôle de l'expérience ou que l'on vérifie par déduction.*

Le professeur de mathématiques part des hypothèses, qui sont pour lui des données, et essaie d'arriver à la conclusion.

> *Hypothèse : En logique, proposition à partir de laquelle on raisonne pour résoudre un problème, pour démontrer un théorème.*

Dans le langage de tous les jours, l'hypothèse est un point de départ, non forcément vrai, permettant de justifier une situation.

> *Hypothèse : En langage courant, c'est une supposition destinée à expliquer ou à prévoir des faits.*

Peut-on, dès lors, être étonné qu'un élève ne sache plus, suivant la matière, à quelle « hypothèse » se vouer ?

En mathématiques, à hypothèse, pris dans son sens expérimental, on substitue le mot conjecture. Mais ce mot est lui aussi à double sens.

> *Conjecture : Simple supposition, hypothèse fondée sur des apparences, sur des probabilités. En mathématiques, hypothèse formulée sur l'exactitude d'un énoncé dont on ne connaît pas encore de démonstration.*

Afin d'éviter au maximum les inconvénients liés au mot hypothèse et surtout son ambiguïté, certains collègues scindent schématiquement les énoncés de problèmes en **données** et **conclusion**.

2. Inverse, opposé et réciproque

> *Inverse : Qui est exactement opposé à la direction actuelle ou naturelle ; contraire.*
> *Opposé : Qui est situé vis-à-vis, qui va dans la direction inverse.*
> *Réciproque : Qui marque un échange équivalent entre deux personnes, deux groupes, deux choses.*

Mathématiquement, inverse, opposé et réciproque sont associés aux opérations addition (opposé), produit ou multiplication (inverse), composition des fonctions (réciproque),

Il faut savoir que le mathématicien ne soustrait pas, il ajoute l'opposé ; que le mathématicien ne divise pas, il multiplie par l'inverse.

Quant aux fonctions qui, par application successive de l'une puis de l'autre, permettent de revenir à la valeur initiale de la variable, on dit qu'elles sont réciproques.

Toutefois on trouve dans le petit Larousse la définition suivante :

> *Réciproque (MATH) : Fonction réciproque d'une fonction f (ne s'annulant pas sur un intervalle I) : relation réciproque de f qui est une fonction f^{-1} (on dit aussi fonction inverse).* **!!!**

L'opposé de 2 est -2 et $2 + (-2) = 0$.
L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ et $2 \times \frac{1}{2} = 1$.
Si f et g sont deux fonctions réciproques alors $(f \circ g)(x) = x$.

Mais, dès la classe de quatrième, on apprend aux élèves que si a est un réel non nul et n un entier strictement positif, alors $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. On pourrait donc noter 2^{-1} l'inverse de 2.
Et comme on apprend plus tard que si la fonction g est la fonction réciproque de la fonction f, alors on note $g = f^{-1}$, on voit immédiatement apparaître la confusion qui peut s'instaurer dans l'esprit des élèves.
Cette confusion est parfois entretenue par l'utilisation des calculatrices.
Dès la classe de quatrième, on introduit le cosinus d'un angle (dans un triangle rectangle) et la calculatrice permet de déterminer, en degrés, la valeur de l'angle. Pour cela on utilise la touche **cos^{-1}** accessible par la frappe successive des touches **2nd** ou **INV** puis **cos**.
En terminale les fonctions exponentielle base e (**e^x**) et logarithme népérien (**ln**) sont accessibles soit directement pour l'exponentielle soit indirectement pour la fonction log par la frappe successive des touches **2nd** ou **INV** puis **e^x**.

3. Représentation graphique et fonctions

Choix du repère, choix des unités

En mathématiques, le choix du repère et celui des unités sur les axes ne sont pas, en général, laissés au libre choix des élèves. Ceci leur permet entre autre de s'assurer que leur représentation graphique et les calculs associés sont exacts dans la mesure où la représentation reste dans le format d'une page standard et est suffisamment lisible compte tenu des questions posées (l'étude de la fonction et l'utilisation de la calculatrice permettant de s'assurer par ailleurs de la cohérence des résultats).

Données expérimentales, fonction mathématique

Pour construire une représentation graphique, on utilise un tableau de valeurs. Ce tableau est obtenu à partir de l'expression analytique d'une fonction ou à partir de données expérimentales.
Dans les deux cas on obtient un « nuage de points ». S'il est licite dans le cadre d'une fonction mathématique continue de joindre les points et ainsi d'obtenir une courbe, qu'en est-il dans le cas de données expérimentales ?
A priori rien ne justifie de joindre ces points :
entre deux données, le phénomène est-il continu (variation de température, croissance d'une population…) ?
entre deux données, la variation est-elle linéaire, polynomiale, exponentielle ?
Bien souvent on utilise des variables qui varient non continûment : si le temps peut être considéré comme indéfiniment divisible, une population varie dans le meilleur des cas par unité entière.
Peut-on ajuster ce nuage de points ? Si oui, par quel type de fonction (ajustement affine, polynomial, exponentiel) ?
En SVT, si la construction du graphique est faite à partir de données d'un tableau, il est souvent demandé à l'élève de construire lui-même son repère et de choisir judicieusement les unités. La difficulté étant de repérer la variable et la fonction. En général, sur l'axe des ordonnées figurent les données relatives au phénomène étudié (la fonction), sur l'axe des abscisses figurent les données relatives à la variable.

4. Monter/Descendre pour une courbe, Croissance/Décroissance d'une fonction

L'usage le plus courant veut que par l'orientation des axes des repères la croissance de la variable aille de gauche à droite et celle de la fonction du bas vers le haut. Ceci a pour effet, pour une fonction croissant en même temps que la variable, de donner à sa représentation graphique un aspect de montée plus ou moins prononcé. Mais le langage courant nous fait « monter une côte quand la route monte »…
Une courbe ne peut « monter » ! (ni « descendre »!)
On peut également remarquer qu'il y a souvent confusion chez les élèves entre fonction croissante et fonction positive, fonction décroissante et fonction négative.

En SVT, la courbe peut « croître ou décroître », mais on attend de l'élève qu'il exprime le sens de variation de la fonction c'est-à-dire **le phénomène étudié**, en fonction de la variable.

5. ***Densité***

En physique, il s'agit d'un nombre sans unité. C'est un rapport de deux masses volumiques. Dans le cas d'un liquide, c'est le rapport de sa masse volumique par rapport à celle de l'eau ; dans le cas d'un solide, c'est le rapport de sa masse volumique par rapport à celle de l'air.

En SVT, la densité pour les cratères d'impact sur une planète est déterminé par le rapport de leur nombre et de l'unité de surface.

En mathématiques, on étudie deux lois de probabilité continues à densité.

6. ***Taux***

(Confondu phonétiquement par les élèves avec le « τ » utilisé en physique)
Le taux de CO_2 dans l'atmosphère est le pourcentage en volume de ce gaz.
Par contre, le taux de glucose dans le sang est la concentration en grammes par litres : ce ne sont pas les mêmes grandeurs qui sont comparées :il est préférable d'utiliser le mot concentration.

7. ***Modèle***

« *…les modèles constituent des constructions théoriques reposant sur des hypothèses dont la fonction est d'expliquer ou de prédire les phénomènes, et dont la validité est confirmée ou non par la confrontation à de nouvelles mesures et observations sur le réel.*
Le modèle, substitut du réel, construit pour être régi par les mêmes lois que celles qui ont été identifiées sur le réel, peut être l'objet d'expérimentations révélant des propriétés non encore répertoriées (simulation). »
Didactique des SVT R.Demounem J-P.Astolfi – Nathan 1996

8. Unités

- *grandeur finie prise comme terme de comparaison avec des grandeurs de même espèce*
- *élément arithmétique dont la répétition engendre les nombres entiers*

En physique, l'unité est la grandeur de référence par rapport à laquelle sont mesurées toutes les grandeurs de même espèce. On utilise un système d'unités, ensemble cohérent d'unités bâti à partir des unités de grandeurs fondamentales (en général, le système international noté S.I.).

En mathématiques, l'unité est symbolisée par le nombre 1. Dans l'écriture décimale des nombres, le chiffre des unités prend des valeurs comprises entre 0 et 9. On peut aussi résoudre des problèmes en choisissant une unité de longueur, d'aire ou de volume sans référence aux unités physiques

9. Δx ; dx

(d'après le compte-rendu de réunions sur le programme de TS dans l'Académie de Nantes)

En physique, les élèves travaillent sur des accroissements de quantité, c'est-à-dire sur des Δx. L'approximation de l'accroissement Δy de la quantité y par $f'(x)\ \Delta x$ est d'autant meilleur que Δx est petit (proche de zéro) ;ce qui conduit parfois à dire qu'un dx, c'est un Δx quand ce Δx est petit.

En physique, l'écriture différentielle met en valeur le sens des grandeurs mises en jeu : si x est une longueur fonction du temps, $\frac{dx}{dt}$ est homogène à $\frac{x}{t}$ soit une distance par unité de temps. Il s'agit bien d'une vitesse qui s'exprime en m/s. Dans $\frac{dv}{dt}$, le numérateur est homogène à une vitesse, le dénominateur à un temps. Donc le quotient s'exprime en m/s^2. Il s'agit d'une accélération.

En mathématiques, il faudrait que les élèves sachent que les Δx sont des nombres réels qu'il ne faut considérer dx que comme une simple écriture (c'est un objet mathématique qui ne sera défini que post bac)

que l'écriture $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dt}$ n'est qu'un moyen mnémotechnique de retrouver la dérivée d'une fonction composée et en aucun cas un calcul dans $\mathbb{R}$ dans lequel on aurait effectué une simplification par dx (en revanche, on peut écrire $\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \times \frac{\Delta x}{\Delta t}$ en simplifiant par Δx).

III. Premier exercice

Utilisation de l'outil vectoriel dans un exercice de physique de TS

Extrait d'un exercice proposé au Baccalauréat (Amérique du Sud – Novembre 2000)

SUJET

Mouvement d'un skieur

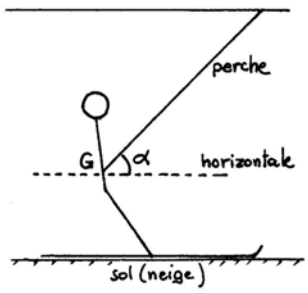
Cet exercice étudie un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G *d'un skieur dans différentes phases de son parcours.*

Données :

Masse du skieur et de son équipement : m = 80 kg ; g = 9,8 ms^{-2}.

I Montée et plat

Durant toute cette phase, on assimilera l'ensemble des forces de frottements à une force unique, opposée au mouvement, d'intensité constante F = 50 N. *On supposera également que le skieur reste constamment en contact avec le sol.*



1. *Afin de monter au sommet de la piste, un skieur se présente sur l'aire de départ, horizontale, d'un téléski. Initialement immobile, il s'accroche à une perche, faisant un angle α, constant, de 45° avec l'horizontale (cf.* **figure**).
On admettra que la perche exerce une force de traction dirigée selon sa propre direction.
Après un parcours de longueur l = 8,0 m*, la vitesse se stabilise à la valeur v* = 2,0 ms^{-1}.

a) Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur le skieur pendant cette phase de démarrage. Les représenter sur un schéma.
b) Calculer l'accélération du skieur pendant cette phase de démarrage.
c) Déterminer l'expression littérale, puis la valeur numérique de la force constante T exercée par la perche sur le skieur.

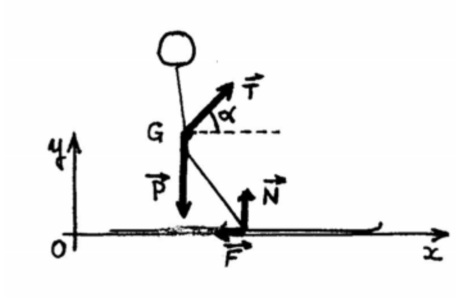
2. *Le skieur, toujours tiré par la perche, monte, à la vitesse constante v* = 2,0 ms^{-1}, *sur une pente rectiligne inclinée de* β = 40° *par rapport à l'horizontale. La perche elle-même forme un angle* δ = 30° *avec le sol.*
Après avoir schématisé le skieur, déterminer littéralement, puis numériquement l'intensité de la force T exercée maintenant par la perche sur le skieur.

Proposition de correction conjointe par les professeurs de physique et de mathématiques

Mouvement d'un skieur

1. Le système qui sera considéré est le skieur.

a) Pendant la phase de démarrage, le skieur est soumis à :
- Son poids : $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical, orienté vers le bas.
- La force de traction $\vec{T}$ exercée par la perche ; elle a même direction que la perche.
- La force de frottements $\vec{F}$, opposée au mouvement, c'est à dire, de même direction et de sens opposé à celui-ci.
- La réaction normale $\vec{N}$ du sol, c'est à dire de direction perpendiculaire à la surface du sol et orientée vers le haut.



b) On traite l'exercice dans un référentiel terrestre, assimilé à un référentiel galiléen. On peut alors utiliser les lois de Newton. En utilisant la deuxième loi de Newton :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{N} = m\,\vec{a}$$

Soit $\vec{i}$ un vecteur de direction et de sens ceux du mouvement rectiligne et $\vec{j}$ un vecteur de direction verticale orienté de bas en haut.
Soit O un point. Soit P le plan rapporté au repère orthogonal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$)
Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{a}$ sont donc colinéaires.
Dans ce repère, les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\vec{P}\begin{cases}0\\-P\end{cases}\quad \vec{T}\begin{cases}T\cos\alpha\\T\sin\alpha\end{cases}\quad \vec{F}\begin{cases}-F\\0\end{cases}\quad \vec{N}\begin{cases}0\\N\end{cases}\quad m\,\vec{a}\begin{cases}ma\\0\end{cases}$$

Ce qui permet d'écrire : $0 + T\cos\alpha - F + 0 = ma$ et $-P + T\sin\alpha + N = 0$.

d'où $a = \dfrac{T\cos\alpha - F}{m}$ T, α, F et m sont constants, donc a est constant.

Le mouvement du skieur est un mouvement rectiligne uniformément varié.

Comme $a = \dfrac{dv}{dt}$ alors $v(t) = at + C$ où C est une constante réelle. Or, $v(0) = 0$ donc $C = 0$.

On sait que $v(t) = \dfrac{dx}{dt}$ alors $x(t) = \dfrac{1}{2}at^2 + C$.

En choisissant $x(0) = 0$ alors l'équation horaire s'écrit $x(t) = \dfrac{1}{2}at^2$.

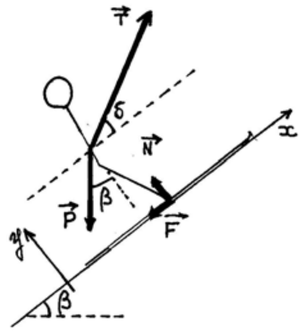
Or $v(t) = at$ donc $t = \dfrac{v(t)}{a}$ et $a = \dfrac{(v(t))^2}{2x(t)}$.

Pour $x = 8{,}0$ m et $v = 2{,}0\ ms^{-1}$, on obtient <u>$a = 0{,}25\ ms^{-2}$</u>.

c) $T = \dfrac{ma + F}{\cos\alpha}$

Pour m = 80 kg, $a = 0{,}25\ ms^{-2}$, F = 50 N et α = 45°, on obtient <u>T = 99 N</u>

2. Le mouvement est rectiligne et la vitesse est constante ($\vec{a} = \vec{0}$)
On peut alors écrire : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{N} = \vec{0}$



Dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), cette égalité vectorielle se traduit par :

$\vec{P}\begin{cases} -P\sin\beta \\ -P\cos\beta \end{cases}$ $\vec{T}\begin{cases} T\cos\delta \\ T\sin\delta \end{cases}$ $\vec{F}\begin{cases} -F \\ 0 \end{cases}$ $\vec{N}\begin{cases} 0 \\ N \end{cases}$ $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{N}\begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$

-Psinβ + Tcosδ - F = 0 $\quad T = \dfrac{mg\sin\beta + F}{\cos\delta}$

Pour m = 80 kg ; g = 9,8 ms^{-2} ; β = 40° ; F = 50 N et δ = 30° <u>T = 640 N</u>

III. Deuxième exercice :
Utilisation de la notion de primitive dans un exercice de physique de TS

Extrait d'un exercice proposé au Baccalauréat (Polynésie – septembre 2000)

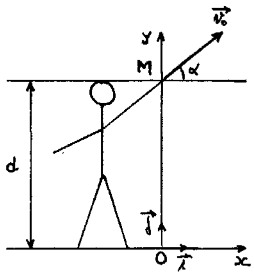
SUJET

Frédéric et son pistolet à flèches

Frédéric décide d'utiliser ses connaissances en mécanique pour étudier le mouvement de la flèche tirée par son pistolet.

Négligeant l'action de l'air et prenant la valeur g = 10 ms^{-2} *pour l'intensité de la pesanteur, il considère la flèche* A *comme un objet ponctuel de masse* m = 50 g *et de vitesse initiale* $\overrightarrow{v_0}$.

La flèche est tirée d'un point M, *à la distance* d *au dessus du sol, avec une vitesse* $\overrightarrow{v_0}$ *inclinée d'un angle* α *par rapport à l'horizontale.*



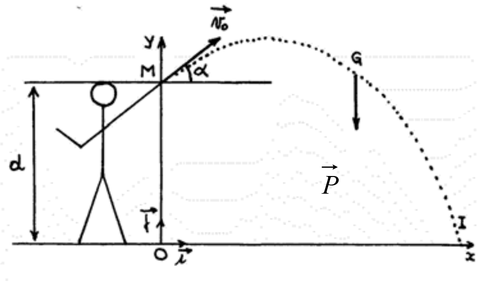
I Étude théorique du mouvement de la flèche

1.Dans un repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) (cf. schéma ci-contre, O étant le point se trouvant à la verticale de M), établir sous forme littérale les équations horaires du mouvement de la flèche après son lancement.

En déduire l'équation de la trajectoire et sa nature. L'instant choisi comme instant initial est celui où la flèche se trouve au point M.

Proposition de correction conjointe

Frédéric et son pistolet à flèches



Le système étudié est la flèche de masse m, dont on étudie le mouvement du centre d'inertie G.

On se place dans un référentiel terrestre considéré galiléen. On pourra alors utiliser les lois de Newton.

L'action de l'air étant négligée, la seule force s'exerçant sur la flèche est son poids :

$\vec{P} = m\,\vec{g}$, de direction verticale, orientée vers le bas, de valeur P = mg.

Soit $\vec{a}$ l'accélération du centre d'inertie G de la flèche au cours du mouvement.

Utilisons la deuxième loi de Newton appliquée au centre d'inertie :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}\text{, soit } m\,\vec{g} = m\,\vec{g}\text{, d'où } \vec{a} = \vec{g}$$

Rappel : $\vec{a} = \dfrac{d\,\vec{v}}{dt}$ et $\vec{v} = \dfrac{d\,\overrightarrow{OG}}{dt}$

C'est-à-dire que les coordonnées de $\vec{v}$, fonctions de *t,* sont des primitives des coordonnées de $\vec{a}$, fonctions de *t,* et que les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$, fonctions de *t,* sont des primitives des coordonnées du vecteur $\vec{v}$.

Ces coordonnées sont alors définies à une constante près, celle ci correspond aux conditions initiales (à t = 0) de vitesse et de position du mouvement.

$$\vec{a}\begin{cases}0\\-g\\0\end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases}a_x(t)=0\\a_y(t)=-g\\a_z(t)=0\end{cases} \text{ donc } \begin{cases}v_x(t) &= C_x\\v_y(t) &= -gt+C_y\\v_z(t) &= C_z\end{cases}.$$

Or $\vec{v}(0) = \vec{v_0}$ et $\vec{v_O}$ a pour coordonnées ($v_0 cos\alpha$, $v_0 sin\alpha$, *0).*

$$\text{On obtient } \vec{v}\begin{cases}v_0 cos\alpha\\-gt + v_0 sin\alpha\\0\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x(t) &= v_0(\cos\alpha)t+\lambda_x\\y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2+v_0(\sin\alpha)t+\lambda_y\\z(t) &= \lambda_z\end{cases} \qquad \text{soit } \overrightarrow{OG}\begin{cases}v_0\cos\alpha t\\-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha t+d\\0\end{cases}$$

$z_G = 0$ le mouvement se produit dans le plan ***(xOy)***

Equation de la trajectoire : $y = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + d$

III. Troisième exercice :

EXERCICE DE DATATION ABSOLUE EN SVT

Utilisation de trois radio chronomètres :

- **Le carbone 14**
- **Le couple potassium -argon**
- **Le couple rubidium strontium**

Le carbone 14 (^{14}C)

En raison de l'équilibre entre la production de ^{14}C en haute atmosphère à partir de l'azote de l'air et sa désintégration, on admet que le rapport $^{14}C/^{12}C$ est resté constant durant les 100 000 dernières années.

On considère que la proportion de ^{14}C est constante dans tous les milieux et tous les êtres vivants.

A la mort d'un être vivant, le ^{14}C n'est plus renouvelé : on dit que le système est fermé. Sa quantité diminue au cours du temps.

La mesure de la proportion de $^{14}C/^{12}C$ dans l'échantillon permet de calculer le temps écoulé depuis la fermeture du système, le rapport $^{14}C/^{12}C$ initial étant connu .

$[^{14}C/^{12}C]$ échantillon = $[^{14}C/^{12}C]$ initial. $e^{-\lambda t}$

avec $\lambda = 1{,}209 \cdot 10^{-4} \cdot an^{-1}$
et $[^{14}C/^{12}C]_{initial} = 1{,}20 \cdot 10^{-12}$

Exemple. Datation de peintures rupestres de la grotte Chauvet. *(extrait d'un TPE)*

Le 18 décembre 1994, dans les gorges de l'Ardèche, trois personnes découvrent l'entrée d'une grotte que l'homme a quittée depuis 20 000 ans.
Cette grotte a révélé depuis de multiples peintures murales effectuées avec des techniques diverses et colorisées avec des éléments naturels comme le charbon de bois.
Deux rhinocéros face à face dits « rhinocéros affrontés » ont fait l'objet de datations.

Résultats de mesures effectuées par le Centre des Faibles Radioactivités de Gif-sur-Yvette :

	A_0 / A*	Incertitudes
Rhinocéros de gauche	46,948	610 ans
Rhinocéros de gauche	56,497	720 ans
	46,083	600 ans

* A_0 : activité de référence mesurée sur le carbone actuel
A : activité mesurée sur le charbon analysé.

1. **Calculer les âges fournis par les trois mesures.**
2. **Discuter les résultats obtenus.**

Le couple potassium-argon (K -Ar)

De nombreux minéraux comme les micas ou certains feldspaths contiennent du potassium dont un isotope radioactif, le ^{40}K. Au cours du temps, la désintégration du ^{40}K produit des atomes de ^{40}Ar qui restent dans la roche.

L'argon qui est un gaz s'échappe facilement, tant que le système qui le contient reste ouvert (lave en fusion, magma granitique avant cristallisation). Donc, lors de la fermeture du système, qui correspond à la cristallisation pour une roche magmatique, la quantité initiale d'^{40}Ar est négligeable et la mesure de la quantité d'isotopes d'^{40}Ar apparus (qui équivaut à la quantité d'isotopes ^{40}K disparus) permet de dater l'échantillon.

Cependant l'argon existe en quantité non négligeable dans l'atmosphère et les fluides circulants. L'échantillon daté peut être contaminé ou avoir subi des fuites, et conduire à des résultats erronés. Il est nécessaire de réaliser plusieurs mesures sur des échantillons différents afin de vérifier la concordance des résultats.

L'âge est donné par la formule simplifiée :

$$t_{(\text{années})} = \frac{1}{\lambda} \,.\, \ln\left(1 + \left(\frac{^{40}Ar}{^{40}K}\right)_t\right) \quad \text{où } \lambda = 5{,}81.10^{-11}/\text{an}$$

âge donné avec une précision de 0,02 millions d'années

<u>Exemple</u>. Datation des niveaux de cendres qui encadrent les niveaux argileux contenant des restes osseux d'hominidés attribués à *Homo erectus,* sur les rives du lac Turkana (Kenya).

Teneurs en ^{40}Ar et ^{40}K mesurées dans les feldspaths potassiques non-altérés de deux niveaux de cendres volcaniques.

Niveau	n°	^{40}K en atomes/g	^{40}Ar en atomes/g	Age calculé	Age à $0,02 . 10^6$ près
Cendres de Chari en dessus des argiles	1	$7,46 . 10^{16}$	$5,86 . 10^{12}$		
	2	$7,58 . 10^{16}$	$6,22 . 10^{12}$		
	3	$7,30 . 10^{16}$	$5,91 . 10^{12}$		
Cendres de Okoté au dessous des argiles	1'	$8,54 . 10^{16}$	$8,40 . 10^{12}$		
	2'	$8,65 . 10^{16}$	$8,15 . 10^{12}$		
	3'	$8,46 . 10^{16}$	$8,37 . 10^{12}$		

1. **Calculer l'âge des deux niveaux de cendres en utilisant la formule simplifiée.**
2. **En déduire l'âge des restes osseux.**
3. **Cet âge est-il en accord avec l'attribution des restes osseux à *Homo erectus* ?**

4. **A partir de cet exemple, identifier les limites de la méthode utilisée.**

Le couple rubidium-strontium (Rb - Sr)

Certains minéraux des roches magmatiques et métamorphiques contiennent plusieurs isotopes de rubidium dont l'isotope radioactif ^{87}Rb qui se désintègre en ^{87}Sr avec une demi-vie de 50.10^{9} ans.

Dans cette méthode la quantité initiale d'isotopes au moment de la fermeture du système n'est pas connue. Pour trouver l'âge d'une roche, il est nécessaire de mesurer les rapports isotopiques de plusieurs minéraux de la même roche ayant cristallisé au même moment et prendre en compte un autre isotope, le ^{86}Sr qui, comme le ^{87}Sr est stable : Le rapport initial $^{87}Sr/^{86}Sr$ est le même pour tous les minéraux de la roche alors que $^{87}Rb/^{86}Sr$ est différent.

Au cours du temps, $^{87}Rb/^{86}Sr$ baisse et $^{87}Sr/^{86}Sr$ augmente par suite de la désintégration du ^{87}Rb en ^{87}Sr.

Le graphique représentant les rapports $^{87}Rb/^{86}Sr$ en fonction des rapports $^{87}Rb/^{86}Sr$ est une droite dont la pente est égale à λt. Plus la pente est forte, plus les échantillons sont anciens. Connaissant la constante de désintégration, on calcule t.

La droite représente une relation de type y = ax + b

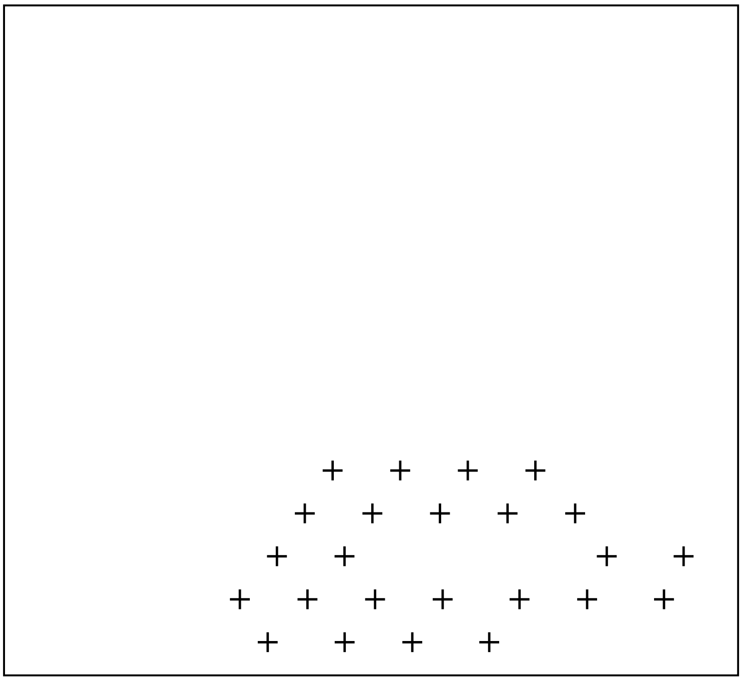
$$\mathbf{(^{87}Sr/^{86}Sr) = a \,.\, (^{87}Rb/^{86}Sr) + (^{87}Sr_0/^{86}Sr_0)}$$

$$t = \ln(a + 1) / \lambda \quad \text{avec } \lambda = 1{,}42.10^{-11} \text{ pour le } ^{87}Rb$$

<u>Exemple : Datation du granite d'Athis (Calvados).</u>
Adapté de SVT Terminale S 2002 Nathan

Dans la région représentée sur la carte Condé-sur-Noireau au 1:50000, affleure le massif granitique d'Athis.
Lors de sa formation, ce granite a provoqué des transformations minéralogiques dans les formations encaissantes du Briovérien (« auréoles de métamorphisme de contact »). Les formations du cambrien ne sont pas affectées par ce métamorphisme.

1. **Par datation relative, attribuer un âge à ce granite.**



Carte géologique simplifiée de la région de Condé sur Noireau

J	Jurassique
O	Ordovicien (500 à 435 Ma)
C	Cambrien (540 à 500 Ma)
Br	Briovérien
+	Granite
Br m	Auréole de métamorphisme
/	Faille

Les concentrations en ^{87}Rb, ^{86}Sr, ^{87}Sr de trois minéraux du granite ont été mesurées.
La précision des mesures permet d'obtenir l'âge de la cristallisation avec une incertitude de 30 Ma.

Les concentrations en ^{87}Rb, ^{86}Sr, ^{87}Sr de quatre minéraux (Concentrations exprimées en 10^{22} atomes par g et $\lambda = 1,42 \cdot 10^{-11} \cdot an^{-1}$)

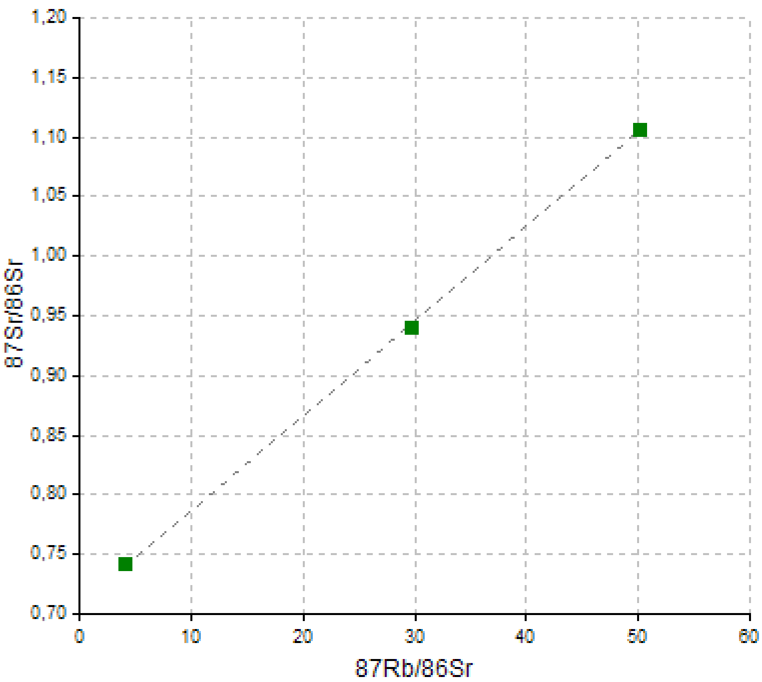
Minéraux	^{87}Rb	^{86}Sr	^{87}Sr	$^{87}Rb/^{86}Sr$	$^{87}Sr/^{86}Sr$
Orthose	**109,07706**	**26,82378**	**19,88423**		
Mica Noir	**106,96398**	**2,12996**	**2,35670**		
Mica Blanc	**92,55280**	**3,11936**	**2,93385**		

2. **En utilisant le logiciel de simulation « Radiochronologie », déterminer l'âge du granite d'Athis.**

3. **Vérifier le résultat par le calcul.**

4. **Comparer les résultats obtenus par les 2 méthodes de datation.**

Résultats donnés par le logiciel :



Temps : 554,63 Ma
Pente : 0,0079
Y_0 : 0,70815

MÉTHODES DE DATATION PAR LA RADIOACTIVITÉ EN SCP.

1. Datation d'une roche volcanique par la méthode potassium-argon

(d'après Terminale S Hachette)

Les roches volcaniques contiennent du potassium 40 radioactif qui se transforme en argon 40 gazeux avec une demi-vie $t_{1/2} = 1{,}3.\ 10^9$ ans. Au cours des siècles, l'argon 40 s'accumule alors que le potassium disparaît. Lors d'une éruption volcanique, la lave dégaze : l'argon présent dans la lave s'échappe. A la date de l'éruption, la lave solidifiée ne contient plus d'argon antérieur à l'événement.

1. L'analyse d'un échantillon de basalte trouvé près d'un ancien volcan montre qu'il contient

$m_1 = 2{,}9800$ mg de potassium 40 et $m_2 = 8{,}6$µg d'argon 40 à la date t.

a. Ecrire l'équation de désintégration du potassium 40 en argon 40. Préciser le type de désintégration.

b. Calculer $N^{40}K$ et $N^{40}Ar$, nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 à la date t.

c. Exprimer le nombre de noyaux de potassium 40 juste après l'éruption, $N_0{}^{40}K$, en fonction des nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 à la date t de l'analyse. Calculer $N_O{}^{40}K$.

d. Calculer la date de l'éruption, en exprimant t en fonction de λ et $\ln(N\,^{40}K/\ N_O\,^{40}K)$

2. Pour déterminer la date de formations de cailloux lunaires rapportés lors de l'expédition Apollo XI, l'analyse d'un échantillon de cailloux effectuée dans les conditions normales de température et de pression a donné $8{,}1.\ 10^{-3}$ cm^3 d'argon et $1{,}67.\ 10^{-6}$ g de potassium 40.

a. Calculer les nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 à la date t de l'analyse.

b. En utilisant la formule établie au 1d calculer l'âge de ces cailloux.

Données : $M\,^{40}K = M\,^{40}Ar = 40$ g/mol $N_A = 6{,}02.\ 10^{23}$ mol^{-1} Vm = 22,4 L/mol

2. Datation d'une roche par la méthode rubidium-strontium

(d'après Terminale S Hatier)

Lors de la formation d'une roche, les compositions isotopiques du strontium et du rubidium sont :

$^{84}_{38}Sr$: 0,56 % $^{86}_{38}Sr$: 9,86 % $^{87}_{38}Sr$: 7,00 % $^{88}_{38}Sr$: 82,58 %

$^{85}_{37}Rb$: 72,16% $^{87}_{37}Rb$: 27,84 %

Le rubidium 87 est radioactif, sa désintégration est de type β^- et sa demi-vie est $t_{1/2} = 4{,}85.\ 10^{10}$ans.

Les autres isotopes sont stables.

1. Ecrire l'équation de cette désintégration.

2. On considère un échantillon de roche. On note respectivement $N^{86}Sr$, $N^{87}Sr$ et $N^{87}Rb$ les nombres d'atomes de strontium 86, de strontium 87 et de rubidium 87 présents aujourd'hui à t, dans cet échantillon. On note $N_0{}^{86}Sr$, $N_0{}^{87}Sr$ et $N_0{}^{87}Rb$ les nombres d'atomes de strontium 86, de strontium 87 et de rubidium 87 présents dans cet échantillon lors de sa formation.

a. Exprimer le nombre d'atomes de Sr formés à t par la désintégration de Rb, en fonction de $N_0{}^{87}Rb$ et $N^{87}Rb$.

b. Exprimer $N_0{}^{87}Rb$ en fonction de $N^{87}Rb$ et de t.
En déduire que $N^{87}Sr = N_0{}^{87}Sr + N^{87}Rb\ (e^{\lambda t} - 1)$

3. On mesure à l'aide d'un spectrographe de masse les rapports $N^{87}Sr / N^{86}Sr = 0{,}728$ et $N^{87}Rb/N^{86}Sr = 0{,}407$ dans l'échantillon.

a. Quelle relation existe-t-il entre N^{86} Sr et $N_O{}^{86}$ Sr ?

b. Montrer que : $N^{87}Sr / N^{86}Sr = N_O{}^{87}Sr / N_O{}^{86}Sr + N^{87}Rb / N^{86}Sr\ (e^{\lambda t} - 1)$