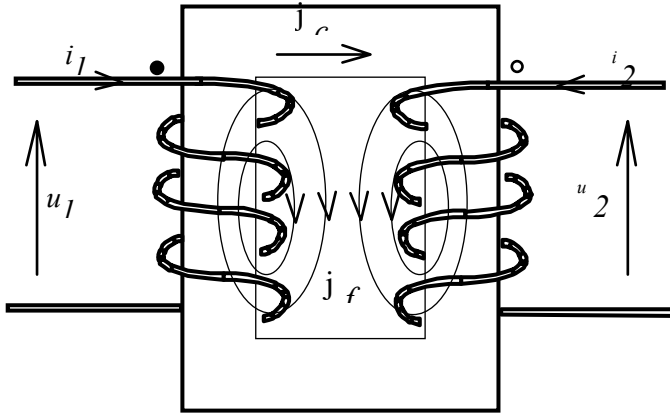


Circuits magnétiquement couplés

1. Schéma et notation :

1.1 Représentation :

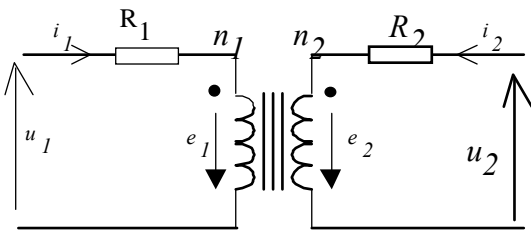


ϕ_c = flux commun (au sens mathématique du terme). On pose : $\phi_{ci} = n_i \phi_c$

ϕ_{fi} = flux de fuite de l'enroulement "i"

$\phi_{fi} = \sum_{s=1}^n \phi_{fis}$ avec ϕ_{fis} : flux de fuite de la spire s de l'enroulement "i"

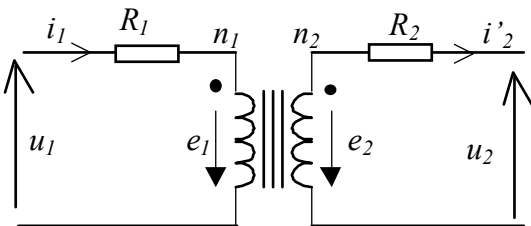
1.2 Schéma électrique "conventionnel" :



e : f.e.m induite

R_q : certains utilisent les f.c.e.m " e_c " \Rightarrow fléchage inverse

Remarque : schéma électrique "usuel"



Convention récepteur en 1

Convention récepteur en 2

Le courant i'_2 est alors "démagnétisant".

On peut alors écrire les relations suivantes :

$$e_i = - \left(n_i \frac{d\phi_c}{dt} + \frac{d\phi_{fi}}{dt} \right)$$

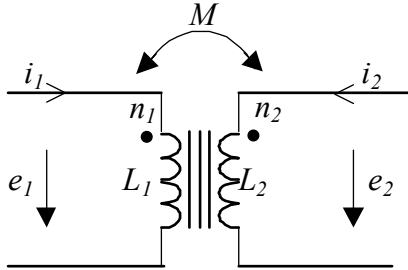
$$\begin{aligned} v_1 &= R_1 i_1 - e_1 \\ &= R_1 i_1 + e_{c1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= -e_2 + R_2 i_2 \\ &= e_{c2} + R_2 i_2 \quad (e_c : \text{f.c.e.m}) \end{aligned}$$

2. Modèles où l'on néglige la saturation et les pertes

2.1. Schéma général et modèle en T

Le quadripôle considéré est représenté par le schéma suivant :



$$\phi_1 = n_1 \varphi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\phi_2 = n_2 \varphi_2 = M i_1 + L_2 i_2$$

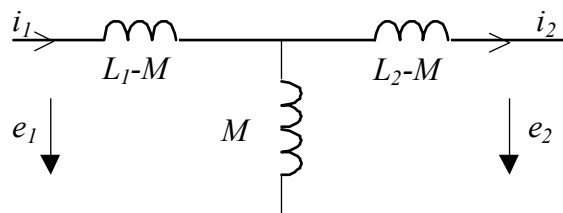
$$\Rightarrow \begin{cases} e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ e_2 = -M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

Le circuit ci-dessus peut être représenté par un modèle équivalent qui ne fait pas apparaître le couplage magnétique : le modèle en T.

Pour l'obtenir, on pose

$$\begin{cases} -e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \\ -e_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \end{cases}$$

Ces équations correspondent alors au modèle suivant :



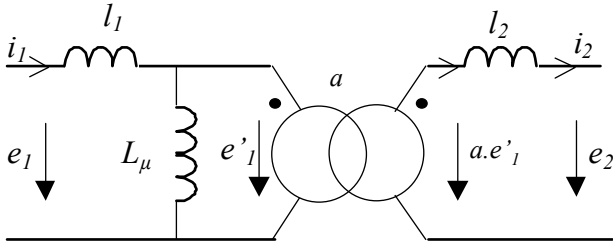
Attention : $L_1 - M$ et $L_2 - M$ n'ont pas de sens physique. Ce ne sont pas non plus des grandeurs cycliques (voir plus loin le cas du triphasé).

Définition : le coefficient de dispersion σ ou "coefficient de Blondel"

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \quad (\text{On définit aussi } k = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} : \text{coefficient de couplage})$$

Pour un circuit parfaitement couplé on a $M^2 = L_1 L_2$, donc $\sigma = 1$

2.2 Schéma avec inductances et transformateur parfait :



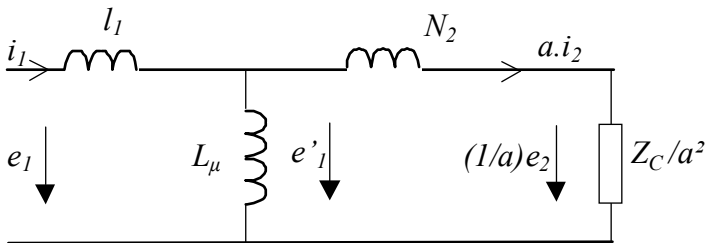
Ce modèle comporte 4 paramètres, l_1 , l_2 , L_μ et a , l'identification au modèle général nous donne 3 équations :

$$- e_1 = (l_1 + L_\mu) \frac{di_1}{dt} + a L_\mu \frac{di_2}{dt}$$

$$- e_2 = a L_\mu \frac{di_1}{dt} + (l_2 + a^2 L_\mu) \frac{di_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_\mu = \frac{M}{a} \\ l_1 = L_1 - \frac{M}{a} \\ l_2 = L_2 - aM \end{cases} \quad \text{Ce système ne peut être résolu qu'en choisissant arbitrairement un paramètre.}$$

En ramenant l'inductance secondaire (**et la charge !**) au primaire, on obtient le modèle "vu du primaire" avec $N_2 = \frac{l_2}{a^2}$.



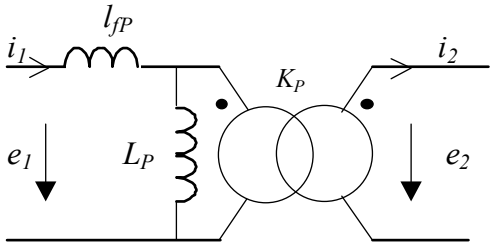
Différents modèles peuvent alors être établis en imposant la valeur d'un paramètre. Ces modèles sont tous équivalents tant que l'on suppose le quadripôle purement inductif et parfaitement linéaire.

Pour le modèle à fuites primaires on pose $l_2 = 0$, pour le modèle à fuites secondaires on pose $l_1 = 0$. Pour les transformateurs on utilise le modèle à fuites séparées ou $a = m =$. On trouvera un modèle très proche en posant $l_1 = N_2 = \frac{l_2}{a^2}$. Enfin, on retrouve le modèle en T en posant $a = 1$.

2.2.1 Modèle à fuites primaires.

Souvent utilisé pour les alimentations à découpage.

On veut trouver le schéma électrique qui donne les mêmes équations et qui soit de la forme :



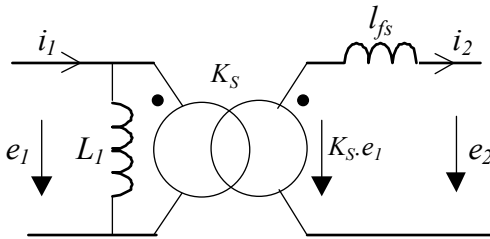
l_{fp} : inductance de fuite globalisée au primaire
 L_p : inductance magnétisée primaire
 K_p : rapport de transformation **de ce modèle**

Les éléments du modèle se déterminent facilement : $l_2 = L_2 - aM = 0 \Rightarrow a = \frac{L_2}{M}$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_p = \frac{L_2}{M} \\ L_\mu = \frac{M^2}{L_2} \\ l_{fp} = L_1 - L_\mu = L_1 - \frac{M^2}{L_2} = \sigma L_1 \end{cases}$$

2.2.2. Schéma à fuite secondaire

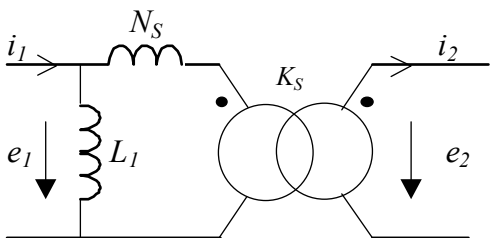
Souvent utilisé pour les machines asynchrones.



$$l_1 = L_1 - \frac{M}{a} = 0 \Rightarrow a = \frac{M}{L_1}$$

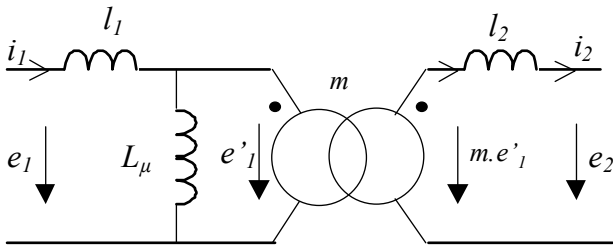
$$\Rightarrow \begin{cases} K_s = \frac{M}{L_1} \\ L_\mu = L_1 \\ l_{fs} = L_2 - \frac{M^2}{L_1} = \sigma L_2 \end{cases}$$

Remarque : on peut transférer l'inductance l_{fs} du côté primaire, on obtient alors le modèle suivant :



$$\text{avec } N_s = \frac{l_{fs}}{K_s^2} = L_1 \left(\frac{L_1 L_2}{M^2} - 1 \right)$$

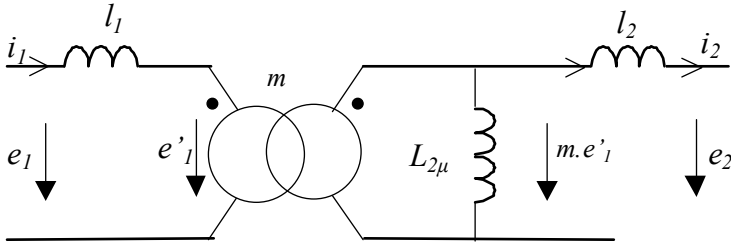
2.2.3 Modèle à 2 inductances de fuite séparées :



modèle usuel pour les transformateurs. \Rightarrow on pose $a = m = \frac{n_2}{n_1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_\mu = \frac{M}{m} \\ l_1 = L_1 - \frac{M}{m} \\ l_2 = L_2 - mM \end{cases} \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} = 1 - \frac{L_n^2}{(l_1 + L_\mu) \left(\frac{l_2}{a^2} + L_\mu \right)}$$

autre représentation :

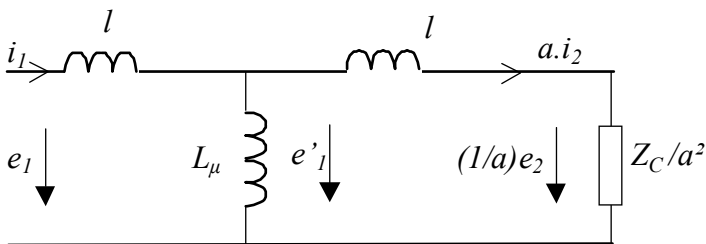


$L_{1\mu}$ et $L_{2\mu}$ avec $L_{1\mu} = m^2 L_{2\mu}$, correspondent aux inductances appelées "inductances de magnétisation" et notées T_1 et T_2 dans certains ouvrages (ex: *électrotechnique et machines électriques*, Saint-Jean)

$$-e_1 = l_1 \frac{di_1}{dt} + L_{\mu 1} \frac{d(i_1 + mi_2)}{dt} = (l_1 + L_{\mu 1}) \frac{di_1}{dt} + mL_{\mu 1} \frac{di_2}{dt}$$

$$-e_2 = l_2 \frac{di_2}{dt} + mL_{\mu 2} \frac{d(i_1 + mi_2)}{dt} = mL_{\mu 1} \frac{di_1}{dt} + (l_2 + m^2 L_{\mu 2}) \frac{di_2}{dt}$$

2.2.4 Modèle avec $l_1 = N_2 = l$:



De l'équation $l_2 = a^2 l_1 = a^2 L_1 - aM = L_2 - aM$, on en déduit : $a = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} L_\mu = M \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \\ l_1 = L_1 - M \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \\ l_2 = L_2 - M \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{cases}$$

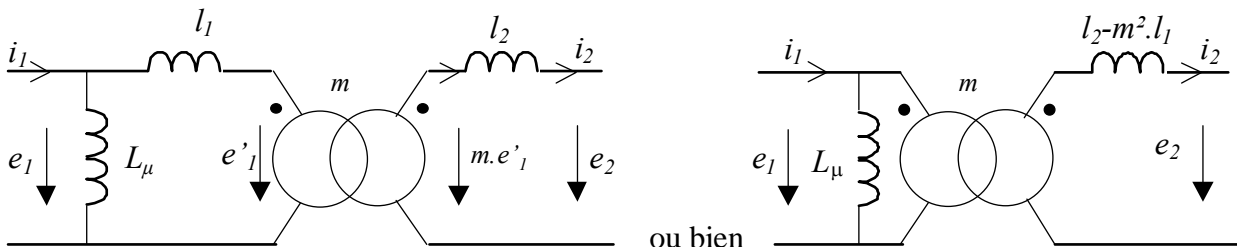
3. Hypothèse de Kapp :

On néglige la chute de tension produite par le courant magnétisant par rapport à la tension primaire. Cette approximation ne peut être faite que dans le cas où les fuites sont faibles, et pour des modèles où l'inductance l_1 est très faible devant L_μ : modèle à fuites séparées ou à fuite primaire.

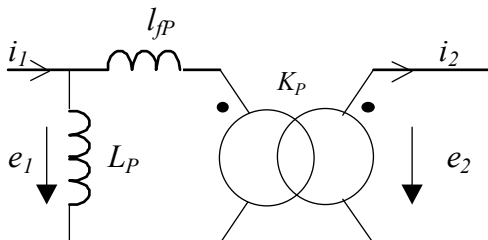
Il n'est absolument pas "physique" d'appliquer l'hypothèse de Kapp au modèle en T

3.1 Conséquence sur le modèle à fuites séparées :

Le modèle devient :



3.2 Conséquences sur le modèle à fuites primaires :



4. Modèle avec saturation et pertes

$$e'_1 = \frac{d\varphi_c}{dt} : \text{ dépend de la position dans le cycle}$$

Cette tension peut tendre vers 0 quand le circuit magnétique est saturé.

Les pertes fer dépendent :

- de la nature du circuit magnétique,
- de la fréquence,
- de l'amplitude de la tension l'1
- de la forme de la tension l'1

A fréquence constante, elles sont correctement modélisées par une résistance R_F , en parallèle avec L_μ .

Si f varie et se la forme de la tension est cte.

\Rightarrow Les pertes par courant de Foucault sont prop. à $B_{\text{eff}}^2 \Rightarrow$ prop. à ϕ_{eff}^2

Si la tension est imposée, $\frac{d\phi}{dt}$ est imposée, $\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2$ est imposé

\Rightarrow Les pertes par courant de Foucault sont indépendantes des f .

\Rightarrow Les pertes par – sont prop. à $B_M^2 \times f$

Si $f \downarrow \quad B_\mu \uparrow \Rightarrow B_\mu^2 f \uparrow$

6) Mesures :

L_1, L_2, M sont, à priori, mesurables (facile), sauf si les bornes d'un des enroulements ne sont pas accessibles : (cas des M. A_s à cage).

Mais les incertitudes de mesure peuvent conduire à de très grandes imprécisions sur σ , surtout quand il est proche de 1.

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \text{ avec } M_2 \neq L_1 L_2$$

On procède plutôt à un essai en C – C et $l_s = \sigma L_2$ ou mesure avec l'empiétement (cf. EdP)

m peut être connu si on connaît n_1 et n_2