

## Chapitre 1

### RAPPELS THEORIQUES ET DEFINITIONS

Dans ce chapitre, on trouvera, brièvement exposées, les notions indispensables à la lecture des documents concernant les appareils de mesures. Les normes internationales CEI 50 301 et suivantes (équivalentes aux normes françaises NFC 01 301 et suivantes) qui définissent le vocabulaire de l'électrotechnique n'étant pas systématiquement respectées, la conséquence en est qu'un même terme peut recouvrir des sens différents d'une notice technique à l'autre. C'est pourquoi il est nécessaire de connaître les définitions importantes, ainsi que leurs éventuelles variantes.

#### 1. Régimes périodiques variables.

Remarque : Dans ce paragraphe,  $g(t)$  représente indifféremment une tension ou l'intensité d'un courant périodique.

##### 1.1. Décomposition en série de Fourier.

Soit la grandeur  $g(t)$ , de fréquence  $f$ . Elle peut être décomposée en une suite de termes sinusoïdaux de fréquence  $n f$ ,  $n$  étant un entier compris entre 0 et l'infini.

$$g(t) = G_0 + G_1\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha_1) + G_2\sqrt{2} \cos(2\omega t + \alpha_2) + \dots + G_n\sqrt{2} \cos(n\omega t + \alpha_n) + \dots$$

$G_0$  est la valeur moyenne de  $g(t)$ .

$G_n$  est la valeur efficace de l'harmonique de rang  $n$ .

Remarque : Les coefficients  $G_n$  correspondent aux valeurs efficaces des divers harmoniques intervenant dans la décomposition, alors que dans beaucoup d'ouvrages traitant du sujet, on fait apparaître des coefficients  $C_n$  qui correspondent aux amplitudes. On a alors  $C_n = G_n \sqrt{2}$ .

##### 1.2. Valeur efficace vraie.

La valeur efficace vraie d'une tension, c'est la valeur de la tension continue qui, appliquée aux bornes d'une résistance, dissipe par effet Joule la même puissance que la tension périodique considérée.

La valeur efficace vraie de l'intensité d'un courant, c'est la valeur de l'intensité d'un courant continu qui, à travers une résistance, dissipe par effet Joule la même puissance que le courant périodique considéré.

$$G^2 = G_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u^2(t) \cdot dt$$

$g(t)$  étant une grandeur périodique, elle peut être décomposée en une série de Fourier.

Sa valeur efficace, notée  $G$  ou  $G_{\text{eff}}$  est telle que :

$$G^2 = G_{\text{eff}}^2 = G_{\text{moy}}^2 + G_1^2 + \dots + G_n^2 + \dots$$

Cette valeur efficace

vraie est aussi notée :

- valeur efficace TRMS (True Root Mean Square),
- valeur efficace DC (Direct Current),

- valeur efficace RMS-DC.

Remarque : Un appareil de mesure atténue les éventuels harmoniques de fréquence supérieure à sa bande passante. Si ces harmoniques ont des valeurs efficaces non négligeables, la valeur efficace mesurée sera inférieure à la valeur efficace réelle de la grandeur considérée.

D'autres limites peuvent exister qui dépendent de la technologie utilisée pour réaliser la mesure (cf : Chap 1, § 3 et 4).

### 1.3. Valeur efficace de l'ondulation.

On peut écrire :  $g(t) = G_{moy} + g_a(t)$ .

$g_a(t)$  est la composante alternative de  $g(t)$  ou ondulation de  $g(t)$ .

$$G_a^2 = G_1^2 + G_2^2 + \dots + G_n^2 + \dots$$

La valeur efficace de  $g_a(t)$  est  $G_a$  telle que :

$G_a$  est appelée :

- valeur efficace de l'ondulation (AFNOR),
- valeur efficace RMS,
- valeur efficace AC (Alternating Current).

On remarque que :  $G^2 = G_{moy}^2 + G_a^2$

Cette relation est utile lorsqu'on utilise un appareil qui ne peut mesurer que  $G_{moy}$  et  $G_a$  alors que l'on veut connaître la valeur efficace vraie.

Avertissement : On rencontre fréquemment des emplois abusifs du terme "efficace vrai", comme, par exemple, "efficace vrai pour l'alternatif seulement". Il est donc nécessaire d'être vigilant.

### 1.4. Définitions.

Facteur de forme :  $F = G_{eff} / G_{moy}$

Taux d'ondulation :  $\Omega = G_a / G_{moy}$  et  $\Omega^2 = F^2 - 1$

$$\tau = \frac{\sqrt{G_2^2 + G_3^2 + \dots + G_n^2 + \dots}}{G_1}$$

Taux de distorsion harmonique :

Le terme suivant est surtout utilisé pour décrire l'ondulation du courant d'un hacheur. Il est utilisé dans tous les ouvrages récents traitant du sujet, bien qu'il puisse prêter à confusion avec la composante alternative.

ondulation (parfois appelé : facteur d'ondulation) :  $ond = (I_{max} - I_{min}) / 2$ .

En toute rigueur ce terme devrait être appelé amplitude de l'ondulation.

## 2. Puissance consommée par un dipôle en régime périodique.

### 2.1. Puissance active.

$P$ , la puissance active consommée par un dipôle, est égale à la moyenne sur un nombre entier de périodes du produit  $u(t) \cdot i(t)$ .

$u(t)$  et  $i(t)$  étant des fonctions périodiques, elles peuvent être décomposées en série de Fourier :

- $u(t) = U_{moy} + U_1\sqrt{2} \cos(\omega t + a_1) + \dots + U_n\sqrt{2} \cos(n\omega t + a_n) + \dots$
- $i(t) = I_{moy} + I_1\sqrt{2} \cos(\omega t + b_1) + \dots + I_n\sqrt{2} \cos(n\omega t + b_n) + \dots$

alors on a :

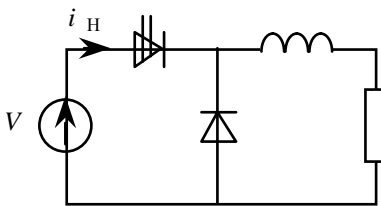
$$P = (u.i)_{moy} = U_{moy} I_{moy} + U_1 I_1 \cos j_1 + \dots + U_n I_n \cos j_n + \dots$$

avec  $j_n = a_n - b_n$ , déphasage entre les harmoniques de rang n de la tension et du courant.

## 2.2. Exemples.

Dans de nombreux cas, la détermination des puissances mises en jeu par un convertisseur peut être faite à l'aide de la mesure des valeurs moyennes et efficaces des tensions et des courants.

- Puissance d'entrée d'un hacheur série.



La tension d'alimentation  $V$  est une tension continue, donc un seul terme du développement en série est non nul :  $V = V_{moy}$ . La puissance d'entrée est donc égale au produit  $V I_H$  moy.

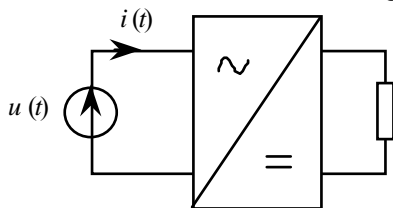
◇ En règle générale, on peut écrire :

Lorsque le courant (ou la tension) est (ou est quasiment) continu - inductance de lissage suffisante - (ou condensateur de filtrage suffisant), on peut poser :  $I_1 = I_2 = \dots = I_n = 0$

(ou  $U_1 = U_2 = \dots = U_n = 0$ ), donc :

$$P = U_{moy} I_{moy}.$$

- Puissance d'entrée d'un montage redresseur.



$u(t)$  est sinusoïdale, son développement en série ne contient qu'un seul terme :  $U_1\sqrt{2} \cos(\omega t + a_1)$ , la puissance fournie par le secteur est donc égale à :  $U_1 I_1 \cos j_1$ , avec  $I_1$  : valeur efficace du premier harmonique du courant  $i(t)$ .

◇ En règle générale, on peut écrire :

Lorsqu'une grandeur est (ou est quasiment) sinusoïdale : par exemple  $u$  est la tension secteur :  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + a_1)$ , alors :

$$P = U I_1 \cos j_1, \text{ avec } I_1 : \text{valeur efficace du premier harmonique du courant.}$$

- Puissance absorbée par une charge résistive alimentée par un gradateur.

Dans ce cas  $u(t) = R \cdot i(t)$ , donc :

$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = U_{\text{eff}}^2 / R$$

- Puissance consommée par un composant à l'état passant.

L'expression de la tension instantanée aux bornes du composant est  $u(t) = U_{\text{seuil}} + r_i(t)$ . On a donc :  $P = U_{\text{seuil}} \cdot I_{\text{moy}} + r \cdot I_{\text{eff}}^2$ , d'où les limites en intensité pour ces composants.

### 2.3. Puissance apparente et facteur de puissance.

Puissance apparente  $S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$  : produit des valeurs efficaces.

Facteur de puissance :  $f_p = P/S$ .

Attention ! Pour les régimes périodiques non sinusoïdaux, ce n'est pas un  $\cos j$  !

Exemple : Le pont redresseur supposé parfait ci-dessus fournit à la charge une puissance active notée  $P_c$ . Le facteur de puissance du montage est alors :  $f_p = P_c / (U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}})$ .

- Si la charge est purement résistive,  $f_p = 1$ .

- Si la charge est suffisamment inductive pour que l'on puisse supposer que le courant dans la charge est constant,  $f_p = U_{\text{moy}} / U_{\text{eff}}$ .

### 2.4. Cas particulier des convertisseurs alimentés par le secteur.

- Régimes sinusoïdaux.

Lorsque la tension et le courant sont tous les deux des fonctions sinusoïdales du temps et seulement dans ce cas, on a :  $f_p = \cos j$ , avec  $j$  : déphasage de la tension par rapport à l'intensité du courant.

On peut alors définir la puissance réactive  $Q$  telle que :

$$Q = UI \sin j.$$

Cette puissance réactive n'a pas de sens physique, mais elle est un intermédiaire commode pour calculer le facteur de puissance d'une installation alimentée sous tension sinusoïdale (théorème de Boucherot).

EDF mesure les énergies réactives à l'aide d'un compteur intégrant la moyenne du produit de l'intensité du courant par une tension en quadrature avec la tension d'alimentation (cf : § 3).

- Intensité non sinusoïdale.

Lorsque l'intensité du courant n'est pas une fonction sinusoïdale du temps, la puissance réactive mesurée par EDF est alors  $Q_{\text{EDF}} = U I_1 \sin j_1$ , avec  $I_1$  : valeur efficace du premier harmonique du courant.

Dans ce cas, on ne peut plus écrire :  $S^2 = P^2 + Q^2$ .

Remarque : Certains ouvrages introduisent la puissance déformante  $D$  telle que :

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$$

La tension  $u$  étant une fonction sinusoïdale du temps, on a :

$$S^2 = U^2 (I_1^2 + \dots + I_n^2 + \dots)$$

$$P^2 = U^2 I_1^2 \cos^2 j_1$$

$$Q^2 = U^2 I_1^2 \sin^2 j_1$$

$$D2 = U2 (I22 + \dots + In2 + \dots)$$

Cette puissance déformante fait double emploi avec  $t_i$ , le taux de distorsion harmonique de l'intensité, puisque l'on peut écrire :  $S2 = U2 \cdot I12 \cdot (1 + t_i^2)$ .

EDF pénalise les usagers dont l'installation à un facteur de puissance  $f_p$  inférieur à 0,93 (valeur de  $\cos \phi$  correspondant à  $\tan \phi = 0,4$ ). Elle prend contact avec les industriels possédant des charges perturbatrices d'une puissance apparente supérieure à 500 kVA et qui engendrent des taux d'harmoniques pairs supérieurs à 0,6 % ou des taux d'harmoniques impairs supérieurs à 1 % (valeurs en vigueur en 1993).

### 3. Rappels sur les distributions triphasées.

Nous nous limiterons aux installations délivrant un système de tensions triphasées équilibrées.

#### 3.1. Alimentation triphasée.

Au niveau du poste de manipulation, l'utilisateur dispose en général de 5 bornes : 3 bornes de phase (conducteurs noirs ou bruns), une de neutre (conducteur bleu clair) et une reliée à la terre (conducteur vert et jaune).

Au niveau d'un montage, il arrive que l'on ne dispose que des 3 bornes de phase (exemple : montage alimenté par un transformateur triphasé dont le secondaire est couplé en triangle).

Les tensions des 3 phases par rapport au neutre, dites tensions simples, ont une même valeur efficace, notée conventionnellement  $V$ , et sont déphasées entre elles de  $2\pi/3$ . En prenant la phase à l'origine nulle pour  $v_1(t)$ , pour un système triphasé direct, on a :

$$v_1(t) = V \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$v_2(t) = V \sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$v_3(t) = V \sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Les tensions entre phases, dites tensions composées, s'écrivent alors :

$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) = U \sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) = U \sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t) = U \sqrt{2} \cos \left( \omega t + \frac{5\pi}{6} \right)$$

avec  $U = V \sqrt{3}$

On constate que les tensions composées  $u_{23}(t)$ ,  $u_{31}(t)$  et  $u_{12}(t)$  sont respectivement en quadrature avec les tensions simples  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$ .

#### 3.2. Couplage des récepteurs.

Un récepteur triphasé est composé de trois éléments récepteurs monophasés qui peuvent être couplés de 2 manières :

- Couplage étoile.

Chaque élément est soumis à une tension simple  $v_i$  et est traversé par un courant de ligne  $i_i$ . La puissance qu'il consomme est donc égale à  $(v_i \cdot i_i)_{\text{moy}}$ .

Si les trois éléments de récepteurs sont des dipôles linéaires, les intensités sont sinusoïdales. La puissance consommée par le récepteur triphasé est alors :  $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$

(1)

avec  $\varphi_i$  : déphasage entre la tension simple  $v_i(t)$  et le courant de ligne  $i_i(t)$ ,

$V_i$  et  $I_i$  : valeurs efficaces des tensions simples et des courants de ligne.

Remarque : Cette formule est également valable pour des récepteurs triphasés déséquilibrés.

- Couplage triangle.

Chaque élément est soumis à une tension composée  $u_{ij}$  et est traversé par un courant que l'on notera  $j_{ij}$ . La puissance qu'il consomme est donc égale à  $(u_{ij} \cdot j_{ij})_{\text{moy}}$ .

Comme précédemment, pour un récepteur composé de dipôles linéaires, la puissance totale consommée est égale à  $P = U_{12} J_{12} \cos \varphi_{12} + U_{23} J_{23} \cos \varphi_{23} + U_{31} J_{31} \cos \varphi_{31}$

(2)

Il est facile de vérifier que cette puissance est aussi égale à :

$$P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$$

Pour les récepteurs équilibrés les relations (1) et (2) peuvent se mettre sous une forme unique :

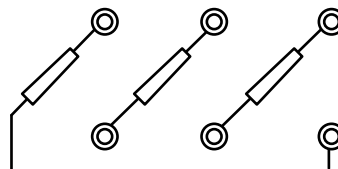
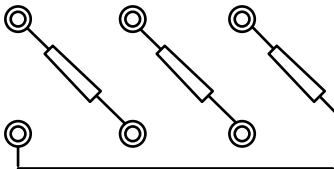
$$P = 3 V I \cos \varphi = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$$P = 3 U J \cos \varphi = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$\varphi$  étant le déphasage entre  $v_i(t)$  et  $i_i(t)$ , égal au déphasage entre  $u_{ij}(t)$  et  $j_{ij}(t)$ , mais différent d'un déphasage entre  $u_{ij}(t)$  et  $i_i(t)$ .

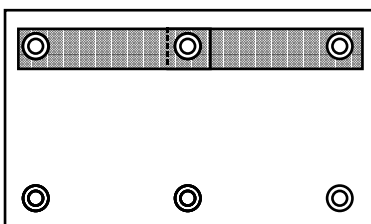
### 3.3. Plaque à bornes des récepteurs triphasés.

Très souvent, les récepteurs triphasés industriels ont une plaque à bornes correspondant à l'un des schémas ci-dessous :

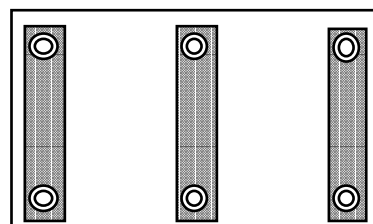


Cette disposition permet de réaliser les deux couplages en utilisant des barettes conductrices d'égale longueur.

couplage étoile



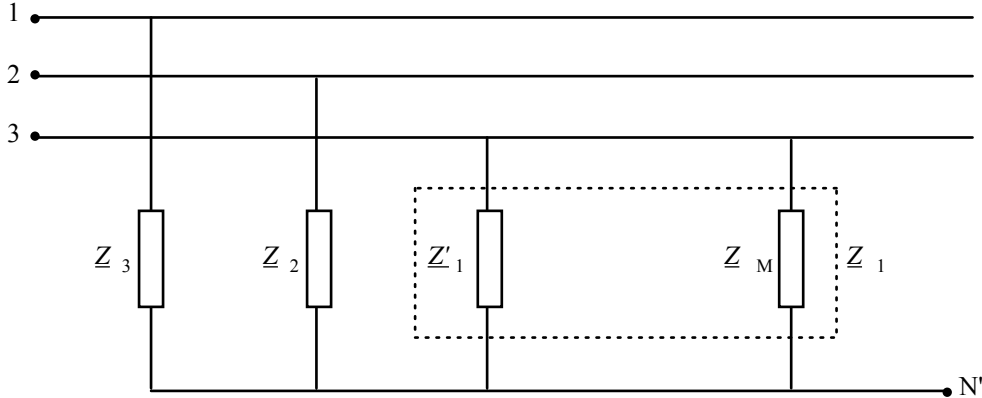
couplage triangle



### 3.4. Création d'un "neutre artificiel".

Au cours de certaines manipulations, il est souhaitable de mesurer ou d'observer à l'oscilloscope une tension simple alors que le neutre n'est pas accessible. Il est alors nécessaire de créer un circuit dont un nœud se trouvera à un potentiel très proche de celui du neutre.

Le problème peut être envisagé de la manière suivante :



avec :

$Z_M$  : impédance complexe d'entrée de l'appareil de mesure (par exemple : voltmètre ou circuit tension d'un wattmètre ou bien encore un ensemble oscilloscope - sonde atténuatrice ...),

$Z_1, Z_2$  et  $Z_3$  : impédances complexes des dipôles ajoutés par l'opérateur,

$Z_1$  : impédance complexe du dipôle équivalent à l'association en parallèle de  $Z_1$  et de  $Z_M$

Pour que le potentiel de  $N'$  soit égal au potentiel du neutre, il faut que  $Z_1 = Z_2 = Z_3$ . Les deux types de solutions pratiquement envisageables sont les suivants :

- $Z_1 = \infty$ , donc  $Z_2 = Z_3 = Z_M$

Avantages : 2 dipôles seulement sont nécessaires et le module de  $Z_M$  étant généralement élevé, la puissance consommée par le montage est faible.

Inconvénients : les valeurs de  $Z_2$  et de  $Z_3$  sont imposées par l'appareil de mesure et ne conviennent pas forcément pour un autre modèle.

- $Z_1 = Z_2 = Z_3$  et  $Z_1 \ll Z_M$  (donc  $Z_1 \approx Z_1$ )

Avantages : la connaissance du module de  $Z_M$  est suffisante et parfois le montage nous offre de tel dispositif ; par exemple, une caisse de charge triphasée couplée en étoile permet d'obtenir un point au potentiel du neutre.

Inconvénients : le potentiel du point obtenu n'est pas parfaitement égal à celui du neutre et ce montage absorbe une puissance qui peut ne pas être négligeable.

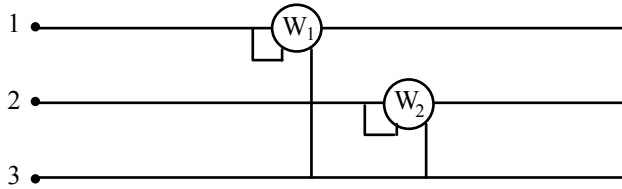
Des exemples de réalisation de neutre artificiel pour des montages courants sont donnés en annexe à ce présent chapitre, mais quelle que soit la solution envisagée, il conviendra de prendre garde à la tension nominale des éléments auxiliaires utilisés.

### 3.5. Mesure des puissances actives en triphasé.

La puissance active fournie par une installation triphasée peut toujours se mettre sous la forme suivante :

$$P = (v_1 i_1)_{\text{moy}} + (v_2 i_2)_{\text{moy}} + (v_3 i_3)_{\text{moy}} = (v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3)_{\text{moy}}$$

Dans le cas d'une alimentation à trois fils, soit on crée un neutre artificiel et l'on mesure les trois puissances (une seule suffit en régime équilibré), soit on utilise la méthode des deux wattmètres dont le schéma de câblage est représenté ci dessous :



La somme des deux termes  $(u_{13} \cdot i_1)_{\text{moy}}$  et  $(u_{23} \cdot i_2)_{\text{moy}}$  est en effet égale à la puissance active consommée par la charge :

$v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot i_3 = v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot (-i_2 - i_1)$ , car la relation  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  est toujours vraie pour un montage à trois fils.

$$(v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot i_3)_{\text{moy}} = [(v_1 - v_3) i_1 + (v_2 - v_3) i_2]_{\text{moy}}$$

$$\text{donc } P = (u_{13} \cdot i_1)_{\text{moy}} + (u_{23} \cdot i_2)_{\text{moy}}$$

Dans le cas d'une alimentation à quatre fils, on utilise le point neutre et on mesure les trois puissances. Si l'on sait le récepteur équilibré, une seule mesure suffit.

### 3.6. Mesure des puissances réactives en triphasé.

Lorsque un récepteur triphasé composé d'éléments linéaires est alimenté par une alimentation triphasée sinusoïdale, on peut définir la puissance réactive consommée par ce récepteur :

$$Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3$$

Si le réseau d'alimentation est équilibré en tension on a  $v_1 + v_2 + v_3 = 0$  et  $v_1, v_2, v_3$  en quadrature avec, respectivement,  $u_{23}, u_{31}, u_{12}$  (cf : § 3.1.).

Dans ce cas on a :  $\sqrt{3} V_i I_i \sin \varphi_i = U_{jk} I_i \cos \varphi_i$

$$\text{donc : } \sqrt{3} Q = (u_{23} i_1 + u_{31} i_2 + u_{12} i_3)_{\text{moy}}$$

Il est donc nécessaire de faire les trois mesures  $(u_{ij} \cdot i_k)_{\text{moy}}$ .

Encore une fois, si le récepteur est équilibré, une seule mesure suffit. Il est aussi possible dans ce cas (et dans ce cas seulement) d'utiliser la méthode des deux wattmètres (démonstration en annexe) :

$$Q = \sqrt{3} [(u_{13} i_1)_{\text{moy}} - (u_{23} i_2)_{\text{moy}}]$$