CINEMATIQUE GRAPHIQUE
Solides indéformables dans des mécanismes plans

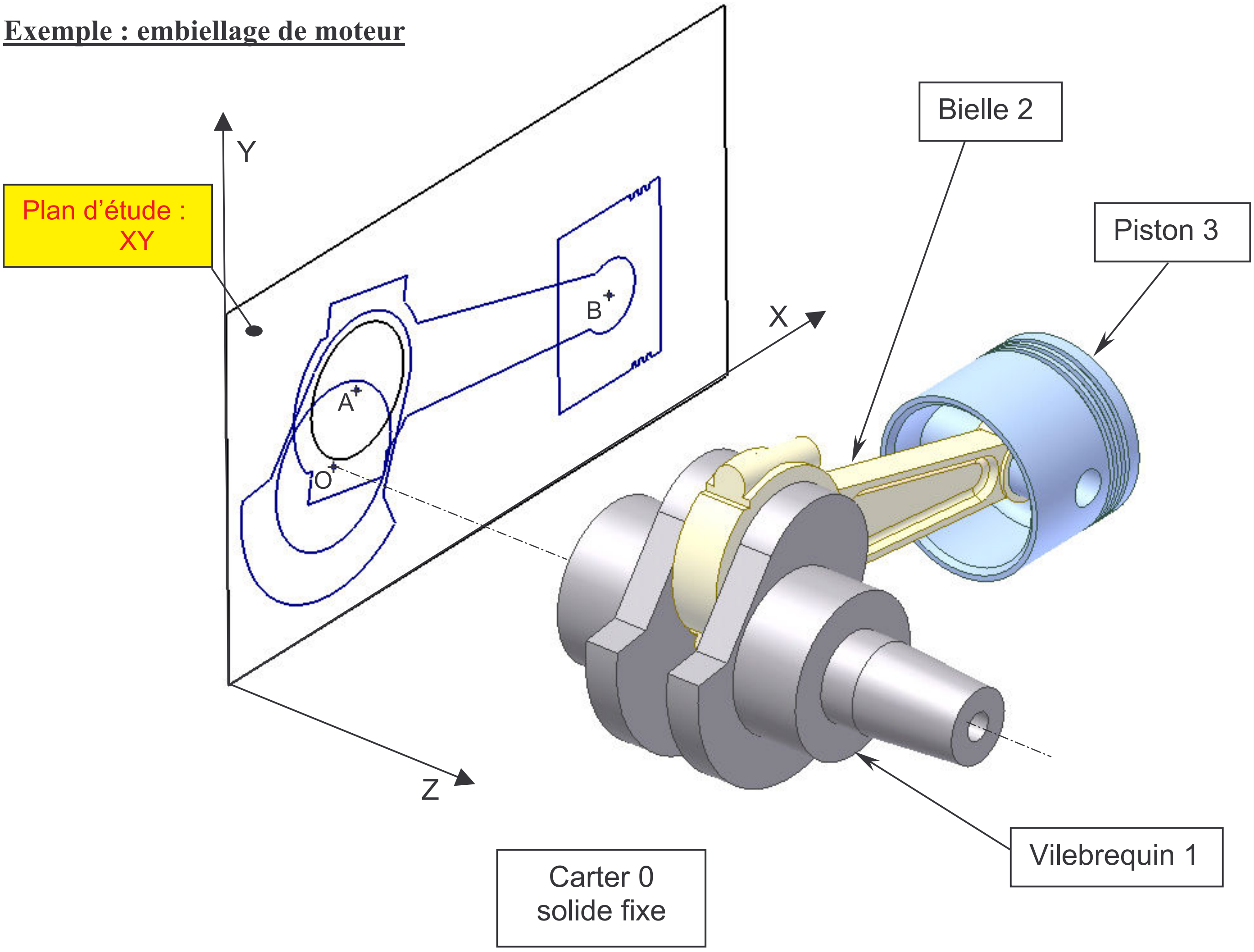
Dominique Dubuis
Lycée Margueritte VERDUN
http://www.bacssimargo.fr

1. NOTION DE MECANISME PLAN

Un mécanisme est supposé plan, d'un point de vue cinématique, à partir du moment où on peut étudier les mouvements en projection sur un seul plan.
Cela revient à dire que les solides sont en mouvement de telle sorte que un plan (fictif) d'un solide glisse sur un plan de n'importe quel autre solide.

Les mouvements possibles sont alors :
- translation (rectiligne, circulaire, ou quelconque) dans le plan de l'étude.
- rotation autour d'un axe fixe, perpendiculaire au plan de l'étude.
- autre mouvement dans ce plan : on parle alors de **MOUVEMENT PLAN** quelconque
  (certains disent « mouvement plan complexe »)

Exemple : embiellage de moteur



Mouvements par rapport au carter : 1/0 = rotation d'axe Oz
3/0 = translation rectiligne de direction x
2/0 = mouvement plan dans xy

Autres mouvements relatifs : 2/1 = rotation d'axe Az
3/2 = rotation d'axe Bz

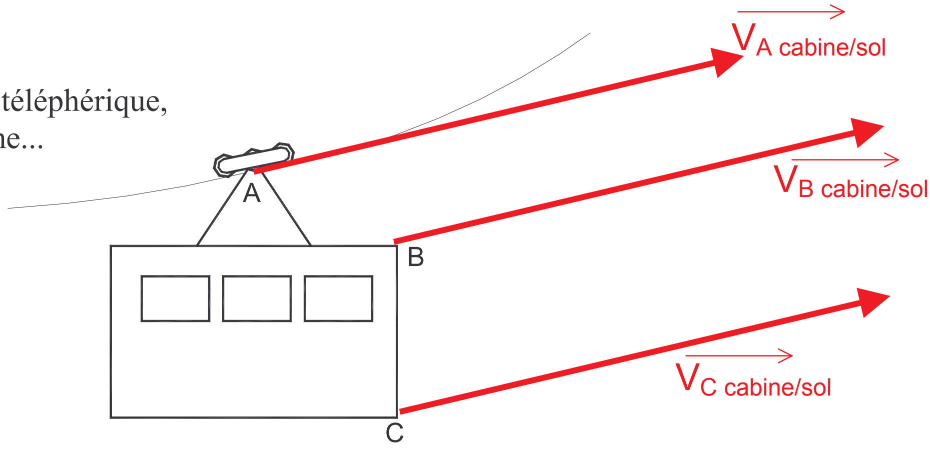
2. RAPPEL DES PROPRIETES DES MOUVEMENTS SIMPLES

2.1. TRANSLATION

Un solide est en translation (par rapport à un repère de référence) si et seulement si une droite (AB) de ce solide reste toujours parallèle à elle même (dans ce repère).

Les trajectoires de chaque point (dans le repère de référence) sont superposables.
Les vecteurs vitesses de tous les points (par rapport au repère de référence) sont égaux à un instant donné : le **CHAMP DES VITESSES est UNIFORME** (ce qui ne veut pas dire constant au cours du temps !)

Ex : cabine de téléphérique, par temps calme...



2.2. ROTATION par rapport à un axe fixe

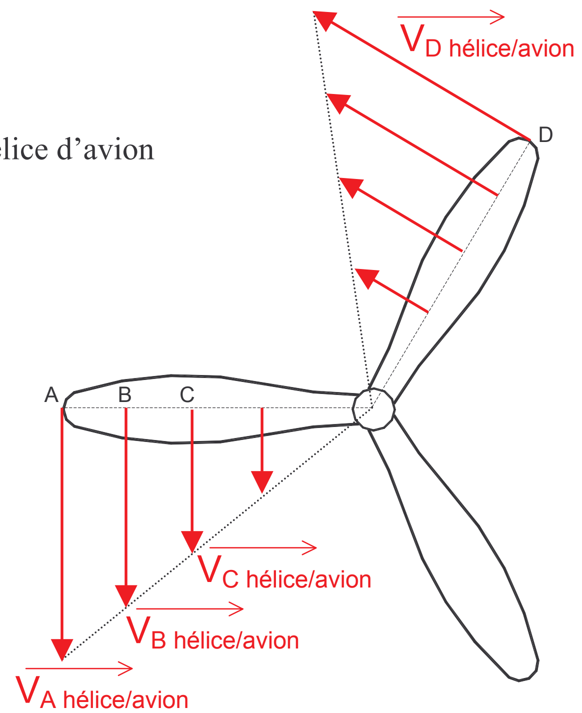
Les points appartenant à l'axe de rotation sont fixes par rapport au repère de référence.
Les autres points ont des trajectoires circulaires centrées sur l'axe.

Le vecteur vitesse d'un point (par rapport au repère de référence) est perpendiculaire au rayon de la trajectoire, orienté selon le sens de la rotation, et sa norme vaut :

$$\boxed{V = R.\omega}$$

Vitesse linéaire **V** en **m/s**
Rayon de la trajectoire **R** en **m**
Fréquence de rotation **ω** en **rad/s**

Ex : hélice d'avion



3. Relation entre les mouvements des solides : COMPOSITION DES Vecteurs VITESSES

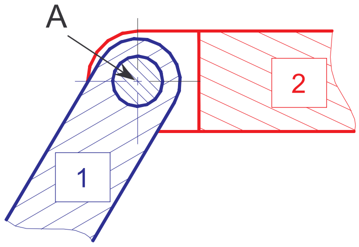
Règle : En un point A, quels que soient les solides 0, 1 et 2

$$\boxed{\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A1/2} + \vec{V}_{A2/0}}$$

Application pratiques courantes

A est un point « d'articulation »
(pivot, rotule...)

$$\boxed{\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A2/0}}$$

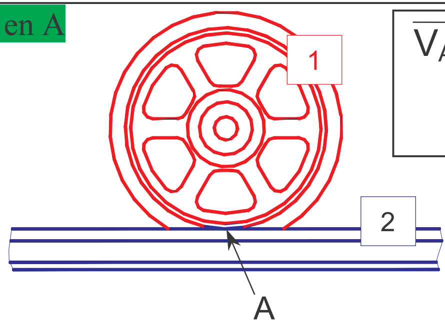


$$\vec{V}_{A1/0} = \underbrace{\vec{V}_{A1/2}}_{\vec{0} \text{ car mvt 1/2 = rotation en A}} + \vec{V}_{A2/0}$$

Il y a **« roulement sans glissement » (RSG) en A**

$$\boxed{\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A2/0}}$$

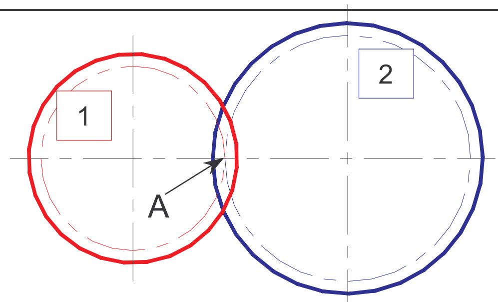
De plus, **A est le CIR du mouvement 1/2**
(centre instantané de rotation)



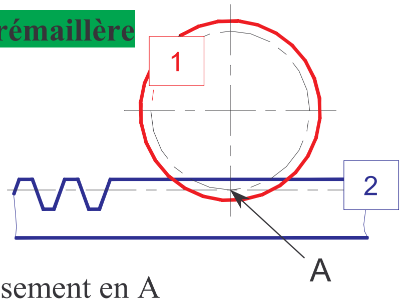
$$\vec{V}_{A1/0} = \underbrace{\vec{V}_{A1/2}}_{\vec{0} \text{ car RSG en A}} + \vec{V}_{A2/0}$$

engrenage

$$\boxed{\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A2/0}}$$

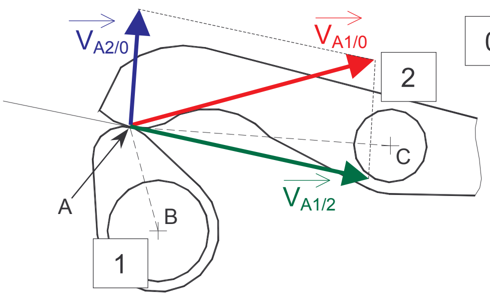


pignon-crémaillère



idem ci-dessus puisqu'il y a roulement sans glissement en A

Vitesse de glissement
Ex : came et culbuteur

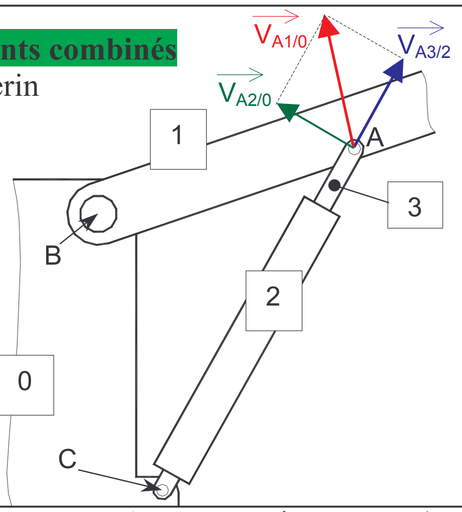


0 = carter fixe

$$\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A1/2} + \vec{V}_{A2/0}$$

- $\vec{V}_{A1/0}$: ⊥ rayon BA car mouvement 1/0 = rotation en B
- $\vec{V}_{A1/2}$: tangente au contact car c'est la **vitesse de glissement**
- $\vec{V}_{A2/0}$: ⊥ rayon CA car mouv. 2/0 = rotation en C

Mouvements combinés
Ex : vérin



$$\vec{V}_{A1/0} = \vec{V}_{A3/0} = \vec{V}_{A3/2} + \vec{V}_{A2/0}$$

- $\vec{V}_{A1/0}$: ⊥ rayon BA car mouvement 1/0 = rotation en B
- $\vec{V}_{A3/2}$: // CA car mouv. 3/2 = transl. // CA
- $\vec{V}_{A2/0}$: ⊥ rayon CA car mouv. 2/0 = rotation en C

4. Etude du MOUVEMENT PLAN d'un solide indéformable

Le solide dont on étudie le mouvement étant supposé indéformable, le mouvement d'un point dépend forcément du mouvement des autres points du solide.
Le lien qui peut être mis en évidence graphiquement se situe au niveau des VECTEURS VITESSES.
Il existe deux méthodes graphiques pour le faire apparaître :

- L'équiprojectivité
- Le CIR (centre instantané de rotation)

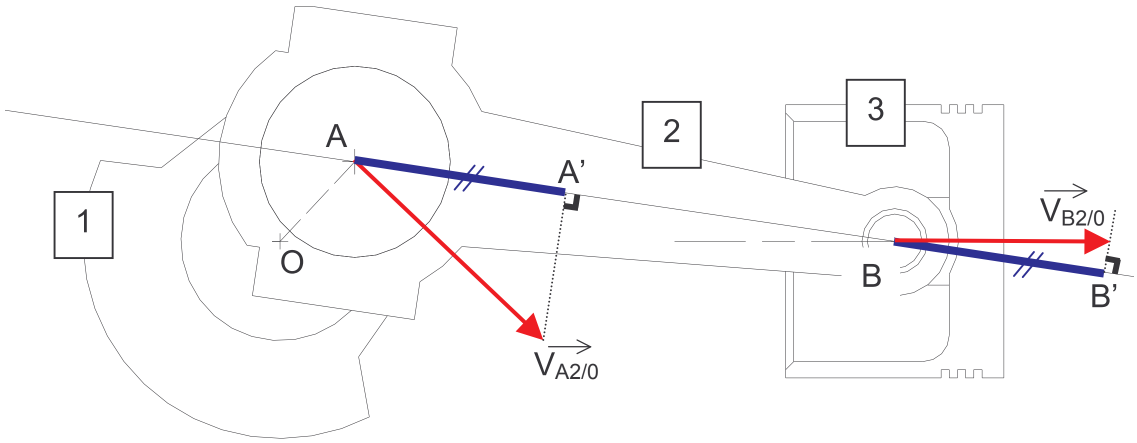
Ces deux méthodes sont équivalentes, à ceci près que l'une des deux peut parfois s'imposer par rapport à l'autre pour des raisons pratiques dues au tracé (place disponible ou précision).

4.1. EQUIPROJECTIVITE

Dans le mouvement d'un solide indéformable 1 par rapport à un solide de référence 0, les vecteurs vitesses de deux points quelconques A et B, $\overrightarrow{V_{A1/0}}$ et $\overrightarrow{V_{B1/0}}$, ont même projection sur la droite (AB)

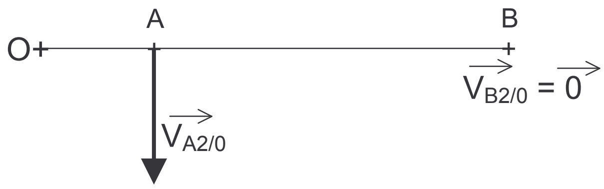
Exemple de l'embiellage :

On applique l'équiprojectivité entre A et B dans le mouvement 2/0 :
les vecteurs vitesses $\overrightarrow{V_{A2/0}}$ et $\overrightarrow{V_{B2/0}}$ ont même projection sur (AB)

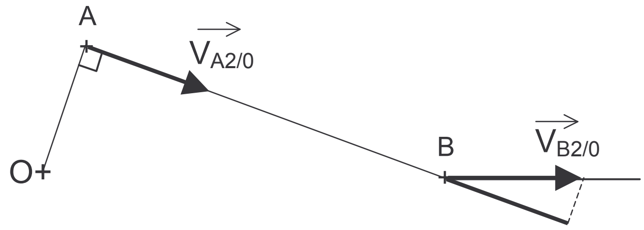


$\overrightarrow{V_{A2/0}} = \overrightarrow{V_{A1/0}}$ car A est centre de la rotation 2/1 . Ce vecteur est donc perpendiculaire au rayon OA
$\overrightarrow{V_{B2/0}} = \overrightarrow{V_{B3/0}}$ car B est centre de la rotation 3/2 . Ce vecteur est donc parallèle à la direction de translation du piston.

Positions particulières de l'embiellage :



Projection des vitesses nulle sur (AB), donc $\overrightarrow{V_{B2/0}}$ est forcément nulle, puisqu'elle ne peut pas être perpendiculaire à (AB) ici.



$\overrightarrow{V_{A2/0}}$ est sur (AB) ; sa projection est alors maximale
C'est la position où $\overrightarrow{V_{B2/0}}$ atteint son maximum.
(en supposant une vitesse de rotation du vilebrequin constante)

4.2. CENTRE INSTANTANE DE ROTATION

Dans un mouvement quelconque d'un solide 1 par rapport à un solide 0, il existe à un instant donné un point $I_{1/0}$ autour duquel le mouvement est une rotation instantanée.

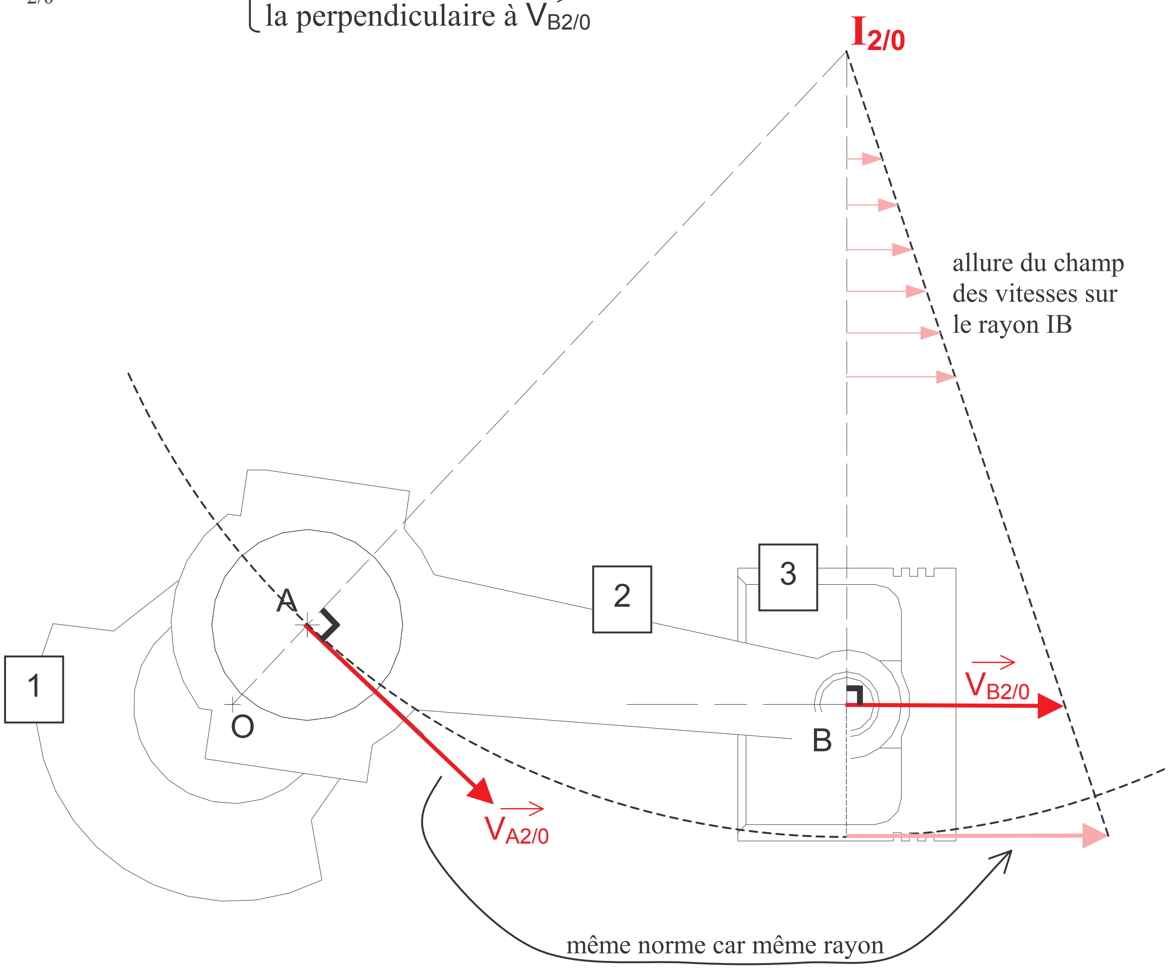
- Ce point $I_{1/0}$ est appelé **CENTRE INSTANTANE DE ROTATION (CIR)** du mouvement (1/0)
- Ce point existe, sauf si le mouvement (1/0) est une translation. En fait, on peut dire que le CIR est alors à l'infini.
- La différence avec une « vraie » rotation est que le CIR n'est pas fixe, mais se déplace à chaque instant.

Exemple de l'embiellage :

$\overrightarrow{V_{A2/0}} = \overrightarrow{V_{A1/0}}$ car A est centre de la rotation 2/1 . Ce vecteur est donc perpendiculaire au rayon OA de la rotation 1/0

$\overrightarrow{V_{B2/0}} = \overrightarrow{V_{B3/0}}$ car B est centre de la rotation 3/2 . Ce vecteur est donc parallèle à la direction de la translation 3/0.

Le cir $I_{2/0}$ se trouve sur $\begin{cases} \text{la perpendiculaire à } \overrightarrow{V_{A2/0}} \\ \text{la perpendiculaire à } \overrightarrow{V_{B2/0}} \end{cases}$



Dans cette position, tout se passe comme si la bielle tournait autour d'un pivot fictif en $I_{2/0}$.
Le problème est alors traité comme s'il s'agissait d'une « vraie » rotation, en traçant le champ des vitesses sur un rayon, à partir d'une vitesse connue. (ici, en reportant par exemple une vitesse équivalente en norme à $V_{A2/0}$ sur le rayon IB)