
	<p>Inspection académique de la Meurthe-et-Moselle Journée « Education prioritaire » du 17 septembre 2008 :</p> <p>« Discours pédagogique, apprentissages et construction des savoirs »</p>					
<p style="text-align: center;"><u>ATELIER 6 : « Ecrire, penser, parler en mathématiques »</u></p> <p style="text-align: center;"><i>- Du langage naturel à l'emploi d'un vocabulaire spécifique, comment le travail sur le langage favorise-t-il la construction de concepts et le développement du raisonnement en mathématiques ?</i></p> <p style="text-align: center;"><i>- Quelles activités mathématiques proposer afin de favoriser l'acquisition de compétences relevant du pilier 1 du socle commun ?</i></p> <table border="0" style="width: 100%;"><tr><td data-bbox="207 728 582 795">Expert : Pol LE GALL I.A. – I.P.R. de Mathématiques</td><td data-bbox="853 728 1276 795">Animateur : Christophe BOLSIUS I .E.N. LUNEVILLE</td></tr><tr><td></td><td data-bbox="853 828 1300 896">Secrétaire : Guy PETITFILS Réseau de Réussite Scolaire de Cirey</td></tr></table>			Expert : Pol LE GALL I.A. – I.P.R. de Mathématiques	Animateur : Christophe BOLSIUS I .E.N. LUNEVILLE		Secrétaire : Guy PETITFILS Réseau de Réussite Scolaire de Cirey
Expert : Pol LE GALL I.A. – I.P.R. de Mathématiques	Animateur : Christophe BOLSIUS I .E.N. LUNEVILLE					
	Secrétaire : Guy PETITFILS Réseau de Réussite Scolaire de Cirey					

Problématique

- Du langage naturel à l'emploi d'un vocabulaire spécifique, comment le travail sur le langage favorise-t-il la construction de concepts et le développement du raisonnement en mathématiques ?
- Quelles activités mathématiques proposer afin de favoriser l'acquisition de compétences relevant du pilier 1 du socle commun ?

Echanges : il est important de distinguer le langage d'apprentissage du langage quotidien. Les mathématiques occupent un terrain privilégié car moins « parasité » au niveau du langage : existence d'un vocabulaire spécifique (orthocentre, médiane...) même si certaines utilisations usuelles peuvent se révéler handicapantes (carré, droite...). L'enseignant se doit de rester vigilant et rigoureux au plan des exigences du vocabulaire spécifique tout en se montrant attentif vis-à-vis des élèves en difficulté : on peut par exemple s'attacher à expliquer les raisons de certaines contraintes de vocabulaire et valider l'exigence de respect de codes sous la forme d'un contrat ludique avec la classe.

En tout état de cause, le cours de mathématiques donne une réelle occasion de débattre à l'aide d'un discours argumentatif qui se soldera par une certitude positive ou négative.

Du côté des programmes

L'introduction des programmes de collège, dans la version actuellement en vigueur, précise :

« En mathématiques, les élèves sont conduits à utiliser la langue ordinaire en même temps qu'un langage spécialisé.

Dans le prolongement de l'école primaire, la place accordée à l'oral reste importante. En particulier, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement.

Par ailleurs, certaines formulations orales peuvent constituer une aide à la compréhension. Par exemple, il est plus facile pour un élève de concevoir que $\frac{2}{3}$ plus

$\frac{5}{3}$ égale $\frac{7}{3}$ en verbalisant sous la forme « deux tiers plus cinq tiers égale sept tiers » plutôt qu'en oralisant l'écriture « 2 sur 3 plus 5 sur 3 égale 7 sur 3 ».

*Dans le domaine de l'écrit, l'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un **texte mathématique** et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive.*

*Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un **langage précis**, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire, pour la faire reproduire, une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision lui apparaît comme une nécessité. C'est également le cas lorsque, dans un débat argumentatif, il doit se faire comprendre des autres élèves. »*

Les commentaires du programme de mathématiques de sixième suggèrent quelques activités au service de la compétence de maîtrise du vocabulaire géométrique :

La maîtrise du vocabulaire, des notations et des formulations spécifiques du langage géométrique est nécessaire au travail géométrique, mais ce dernier ne doit pas se limiter à la recherche de cette maîtrise. C'est donc dans des problèmes où leur présence s'avère utile, voire indispensable, que ces éléments de langage sont introduits et employés :

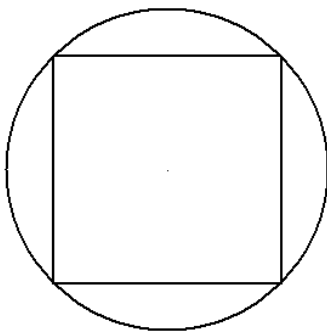
- figures « téléphonées »
- description écrite d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire
- dessin à main levée d'une figure pour permettre à un interlocuteur de la construire
- jeux du portrait : questions successives dans le but de trouver la figure choisie par le meneur de jeu dans un lot de figures.

Les figures téléphonées

Nous nous intéressons ici à l'activité de description écrite d'une figure pour permettre à un lecteur de la construire. Un élève, ou un groupe d'élèves, doit donc rédiger un programme de construction d'une figure qu'il a sous les yeux, afin qu'un tiers puisse reconstruire la figure sans le modèle.

Sauf indication contraire, on considèrera que la figure à reconstruire doit être semblable (au sens mathématique : même forme mais pas forcément même dimension ni même orientation dans la page) à la figure initiale. On peut toutefois demander qu'elle soit isométrique (mêmes dimensions mais pas forcément même orientation dans la page), il appartient alors au descripteur de communiquer les mesures nécessaires, voire de mesurer lui-même.

Exemple :



La figure ci-contre est facile à analyser, mais la tâche demandée à l'élève ne se limite pas à une description du type « il y a un carré dans un cercle ».

Le message attendu est un programme de construction, c'est-à-dire une liste ordonnée d'indications d'actions conduisant à la figure réalisée. Il y a donc des décisions à prendre : faut-il commencer par le carré ou le cercle ? Faut-il nommer les points ? Tracer les diagonales puis les effacer ?...

Activité :

Il faut d'abord avoir confronté des élèves à l'activité de construction de figures à partir d'un programme. On pourra donc dans un premier temps leur donner un programme, écrit par le professeur, à exécuter.

Exemple :

Tracer un carré ABCD.
Placer le milieu M du segment [BC].
Tracer le cercle de centre M et de rayon AM.

Un travail spécifique sur les caractéristiques du texte (structure, vocabulaire employé...) sera également bienvenu, afin que les élèves aient une représentation suffisamment claire de ce qu'est un programme de construction.

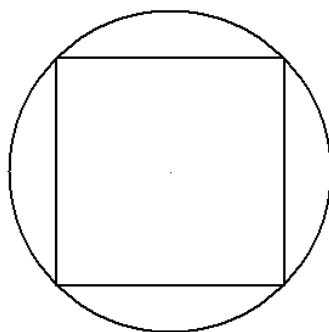
Changes : d'autres applications sont possibles : puzzle de photos de monuments de ville, numération en cycle 2, utilisation d'un tangram.

Organisation

L'enseignant partage la classe en deux groupes (ou plus). Il fournit une figure à chaque groupe, les élèves doivent écrire un programme de construction.

Exemple :

Vous devez écrire un texte permettant à un élève de tracer la figure ci-contre, sans l'avoir sous les yeux.



Echanges : cette figure suscite un certain nombre de remarques :

- un codage ABCD sur les sommets du carré aurait peut-être été utile
- le tracé des diagonales aurait aidé à repérer le centre du carré
- on est dans le « perceptif » et on n'est pas sûr d'identifier un carré
- certains élèves pourraient être amenés à tracer un rectangle à l'intérieur du cercle
- la formulation de la consigne pose problème : « écrire un texte » ne contraint pas à une tournure injonctive
- la figure peut être acceptée si elle est tournée ou d'une autre taille que le modèle

Si on recherche une chronologie de tracé, il faut d'abord représenter un carré puis les diagonales qui indiquent le centre du futur cercle ; on indique l'ouverture du compas et on précise qu'il faut tracer un cercle qui passe par les sommets du carré

Dans un deuxième temps, les messages sont échangés et les élèves doivent exécuter le programme reçu.

On compare ensuite les figures tracées aux modèles initiaux, on cherche à comprendre d'où viennent les éventuelles erreurs.

Enfin les élèves reprennent leurs écrits et les modifient pour les rendre opérationnels.

Les critères de réussite

Un programme de construction est jugé satisfaisant si :

- la suite d'actions proposée permet d'obtenir la figure sans ambiguïté,
- le texte produit est correct du point de vue de la maîtrise de la langue,
- les consignes écrites respectent une forme grammaticale injonctive,
- le vocabulaire spécifique aux mathématiques est le plus précis possible (diagonale au lieu de segment...)

Echanges : il est sans doute intéressant de tendre vers le programme de construction le plus court possible car il est probablement plus conceptualisé.

Par ailleurs, une grille d'auto-évaluation portant sur les caractéristiques d'un programme de construction peut être mise en place.

Un travail collectif pourra être consacré à la mise à plat de ces critères. Ensuite, un autre travail sur le même registre sera consacré aux critères de réalisation : « comment faire ? ».

Compétences travaillées

Pilier 1

- Rédiger un texte bref écrit dans une langue correcte (organisation des phrases, orthographe, conjugaison des verbes)
 - Au cours d'une activité de classe, écrire de manière autonome un texte de façon à pouvoir le relire (cahier d'expériences, brouillon etc.). (cycle 3)
 - Dans des activités différentes (mathématiques, sciences...), proposer une réponse écrite, explicite et énoncée de façon syntaxiquement cohérente. (cycle 3)
- Rédiger un texte cohérent d'au moins trois paragraphes adapté à son destinataire et à l'effet recherché, (récit, compte rendu, lettre, description, explication, argumentation)
 - Dans le cadre d'un projet ou d'une activité d'écriture, rédiger un texte cohérent de deux paragraphes au moins adapté à son destinataire et respectant la consigne donnée. (cycle 3)
 - Mettre en évidence l'organisation de son texte :
 - par la mise en page ;
 - par la ponctuation. (sixième)
 - Écrire un récit cohérent d'une page, en respectant la chronologie. (sixième)

Pilier 3

- Connaître et représenter des figures géométriques et des objets de l'espace. Utiliser leurs propriétés.
 - Connaître les figures planes : carré, rectangle, losange, triangle, triangle rectangle, cercle, et quelques propriétés que l'on peut dégager de leur observation. (cycle 3)
 - Utiliser les propriétés d'une figure et les théorèmes de géométrie pour traiter une situation simple. (sixième)
 - Reasonner logiquement. (sixième)
- Rechercher, extraire et organiser l'information utile (écrite, orale, observable).
 - Observer, recenser les informations. . (cycle 3)
 - Organiser les informations pour les utiliser. . (cycle 3)
 - Organiser les informations pour les utiliser : re-formuler par un moyen de son choix les données utiles qu'il a prélevées ; traduire des symboles, des consignes, des observations, des schémas ; coder, décoder...(sixième)

- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique.
 - Contrôler, exploiter les résultats. (*cycle 3*)
 - Participer à la conception, à la mise en œuvre d'un algorithme, d'un protocole, d'une procédure, d'un programme (*sixième*)
 - Confronter le résultat au résultat attendu. (*sixième*)

Outre les compétences rappelées plus haut, cette activité permet de travailler :

- l'analyse d'une figure,
 - mobilisation de connaissances sur les figures usuelles
 - capacité à utiliser des instruments de mesure
 - capacité à traduire des codages usuels
- le tracé à main levée pour comprendre comment la figure est structurée,
- la capacité à se décentrer : il faut se mettre à la place de quelqu'un qui ne voit pas la figure,
- l'utilisation du vocabulaire géométrique,
- la capacité à rédiger un texte respectant une chronologie pertinente,
- la connaissance des instruments : il faut savoir quel instrument pourra servir au destinataire.

Adaptations et remarques

Afin de faciliter la décentration, il est préférable (en tous cas les premières fois) de faire travailler les élèves par doublettes. Ainsi, à tour de rôle, chacun des deux peut prendre la place de cobaye en testant le programme écrit par l'autre.

Lors de la première séance de ce type, l'activité peut être limitée à un échange entre deux groupes, avec un travail collectif d'élaboration du programme en synthèse.

L'enseignant peut prévoir, s'il le souhaite, une organisation plus sophistiquée impliquant plusieurs figures, plusieurs groupes, et une rotation des modèles avec diverses phases d'aller-retour permettant d'améliorer les programmes de construction.

Afin de travailler la précision du message et du vocabulaire employé, il peut être judicieux d'autoriser la communication entre les émetteurs et les récepteurs du programme de construction. Cette communication pourra être d'abord orale puis écrite. L'enseignant servira lors de facteur.

Au cours de l'avancée dans le programme, l'enseignant peut ajouter des contraintes : exiger l'emploi de termes particuliers, interdire les analogies non mathématiques...

Afin d'affiner sa progression, le professeur doit prendre en compte les diverses variables didactiques intervenant dans l'activité :

- La présence de quadrillage (l'activité revient alors au codage d'un déplacement)
- La familiarité avec les sous figures impliquées
- Le nombre de sous-figures
- La complexité des imbrications
- La présence d'éléments de symétrie, de régularités
- La nécessité de coder
- La possibilité ou non d'utiliser plusieurs chronologies de tracé
- Le recours pertinent à une analogie non géométrique (« c'est comme un papillon »...) Le vocabulaire spécifique requis (s'il faut utiliser diagonale plutôt que côté, c'est plus difficile)
- La présence de tracés intermédiaires seulement utiles à la construction (segment que l'on trace puis que l'on efface...)
- La nécessité de donner des indications topologiques (« du même côté que »...)

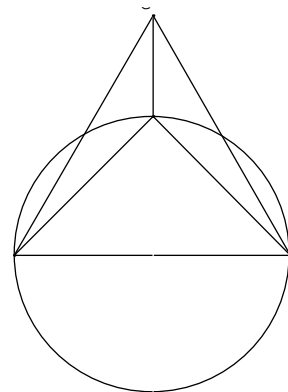
Le recours à un logiciel de géométrie dynamique offrant la possibilité de voir le programme de construction (GEOPLAN) peut être pertinent. Dans le cadre d'une telle utilisation on peut imaginer diverses activités :

- rédaction d'un texte « en français » à partir du texte fourni par le logiciel.
- Reconstitution d'un programme de construction à partir d'un texte fourni par le logiciel mais dont l'ordre des lignes n'est pas respecté.

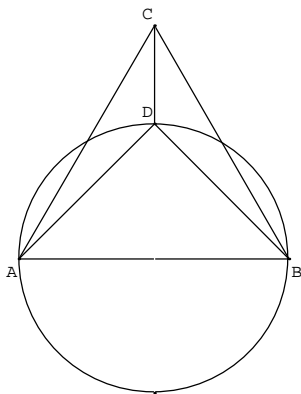
Exemple d'utilisation des variables didactiques

Considérons la figure ci-contre.

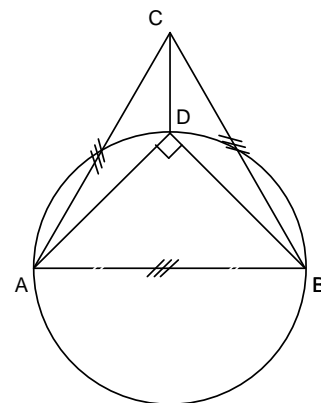
Elle est constituée d'un cercle, d'un triangle isocèle rectangle inscrit dans le cercle, d'un triangle équilatéral construit sur l'hypoténuse du triangle rectangle et de trois segments... Plusieurs chronologies de tracé sont envisageables.



Le professeur peut donner la figure dans l'état, auquel cas les élèves devront effectuer des mesures de longueurs et d'angles pour découvrir les propriétés des sous-figures.



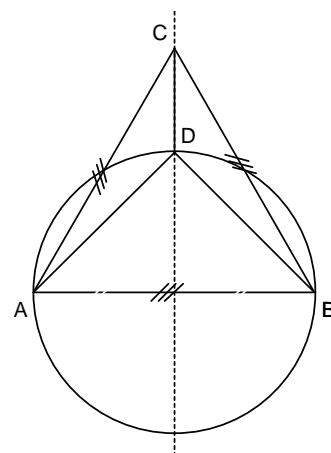
Il peut donner la figure avec des points nommés, induisant ainsi l'utilisation d'un codage.



Il peut coder la figure, afin d'affranchir l'élève de la tâche de mesurer et de faciliter le passage de la géométrie perceptive à la géométrie déductive..

Il peut faire figurer l'axe de symétrie de la figure, induisant ainsi son utilisation.

L'enseignant peut aussi exiger que l'élève emploie un mot particulier (perpendiculaire, médiatrice, symétrie, ...) ou que le programme donne des informations d'un type particulier (mesures d'angles, de longueurs, perpendicularités, nature des figures...)

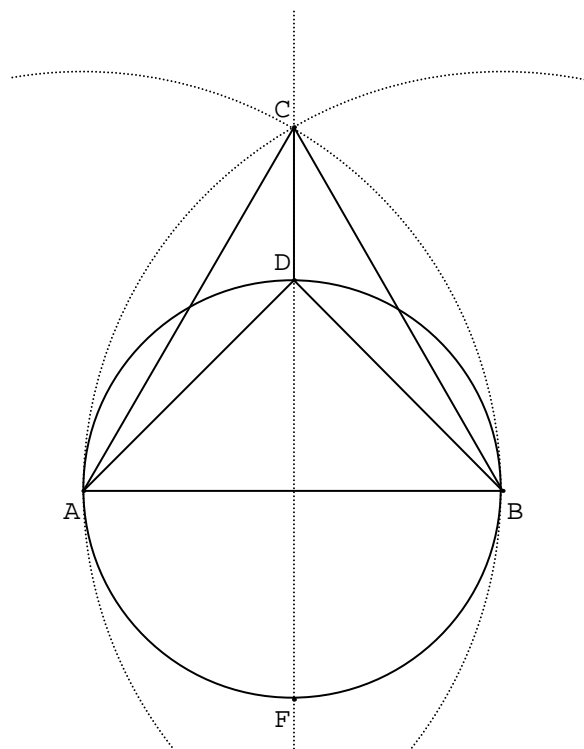


Utilisation d'un logiciel :

La figure ci-contre a été réalisée à l'aide du logiciel GEOPLAN.

Le texte ci-dessous est constitué d'extraits du programme de construction donné par le logiciel :

A point libre
B point libre
Segment [AB]
c cercle de diamètre [AB]
c1 cercle de centre A passant par B
c2 cercle de centre B passant par A
C point d'intersection 1 des cercles c1 et c2
E point d'intersection 2 des cercles c1 et c2
d médiatrice du segment [AB]
D point d'intersection 1 de la droite d et du cercle c
F point d'intersection 2 de la droite d et du cercle c
Segment [AC]
Segment [CB]
Segment [CD]
Segment [AD]
Segment [BD]



Le texte issu du logiciel donne une chronologie possible pour le tracé.

L'enseignant peut demander aux élèves de rédiger le programme de construction afin qu'il soit conforme aux critères énoncés plus haut.

Le premier critère (chronologie garantissant le succès) et le quatrième critère (utilisation du vocabulaire spécifique) devraient être acquis grâce à l'aide donnée par le texte issu du logiciel. Il restera donc à travailler les deux autres critères (maîtrise de la langue et forme injonctive).

D'autres activités :

- Le jeu du portrait (« qui est-ce ? » appliqué aux figures géométriques avec consignes et contraintes variées)
- La production d'énoncés : activité langagière
CE2 : produire un énoncé de problème qui puisse se résoudre grâce à l'opération $7 \times 5 = 35$ (occasion d'automatiser les tables en comprenant à quelle situation l'opération renvoie et faire fonctionner aussi la maîtrise de la langue)
- Rallye-Mathématiques
- Le calcul mental : il doit être considéré comme un vecteur de réussite car il permet de développer stratégies et procédures intéressantes adresse internet : (<http://revue.sesamath.net/spip.php?article102>)
- Un travail sur l'énonciation de propriétés : les spirolatères

Spirolatère : recherche-action en 5^{ème} /4^{ème} de collège

Sur feuille quadrillée, tracer en se déplaçant de (l'unité est le carreau et il faut lire les instructions ci-dessous en colonne) :

1 puis 3 puis 2 puis 5 puis 2 puis...
droite haut gauche bas droite

Dans cet exemple, on finit par revenir au point de départ.

La démarche est de faire rechercher des propriétés par groupes et/ou classes et d'encourager un regard critique sur les propriétés proposées par les autres participants :

Comment reconnaître une « bonne » propriété ?

Une phase intéressante a été la recherche d'harmonisation de notation, de langage et de vocabulaire (la figure « se boucle » ou « est finie » ou « est fermée »...)

Retrouvez le compte-rendu complet des travaux sur les spirolatères à l'adresse suivante :

<http://www3.ac-nancy-metz.fr/pasi/article.php3?id%20article=151>

En marge des recherches de propriétés des spirolatères, certaines observations relevant de la sociologie des élèves ont été faites :

Pour des groupes en délicatesse scolaire, le découragement s'installe rapidement en situation d'échec. D'autre part, au delà des critères mathématiques, la qualité des propositions représente un enjeu au plan de l'image personnelle alors que pour des classes plus à l'aise, il y a moins de complexes en démarche expérimentale.

En tout état de cause, il est essentiel que l'enseignant de l'Education Prioritaire rappelle aux élèves les savoirs à (re)mobiliser pour poursuivre les acquisitions. Il doit, par ailleurs, veiller à l'institutionnalisation et à l'entraînement des apprentissages.